

- Hjälpmedel: Miniräknare och utdelad formelsamling.
 - Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren förenklas maximalt.
 - Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
 - På omslaget måste du skriva med bläck.
 - Skriv endast på ena sidan av pappret. Flera lösningar på samma blad är dock ok.
-

1. En urna innehåller 9 blå och 7 gula kulor. Man tar ut 5 kulor. Vad är sannolikheten för att få exakt 3 blå kulor om
 - a) Kulorna tas ut utan återläggning? (0.3)
 - b) Kulorna tas ut med återläggning? (0.3)
2. Låt $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 5\}$ och definiera relationen \mathcal{R} på A genom $x \mathcal{R} y \iff x + y$ är jämn. Ange \mathcal{R} som mängd och avgör om \mathcal{R} är reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk, transitiv och om \mathcal{R} är en ekvivalensrelation. (0.6)
3. En ornitolog upptäcker vad som på grund av mönstret på ryggen kan vara en sällsynt underart av pepparätare. Hela 98% av medlemmarna av den sällsynta underarten har mönstret och endast 5% av vanliga pepparätare har mönstret. Den sällsynta underarten utgör 0.1% av alla pepparätare. Hur troligt är det att pepparätaren med mönstret är sällsynt? (0.6)
4. En klass består av 10 studenter som ska arbeta i grupper med två i varje grupp.
 - a) På hur många sätt kan grupperna bildas? (0.3)
 - b) Klassen består av 5 flickor och 5 pojkar och varje grupp måste bestå av en av varje kön. På hur många sätt kan grupperna bildas? (0.3)
5. Visa att funktionen
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{för } x < 0, \\ \frac{x^2}{27}(9 - 2x) & \text{för } 0 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{för } x > 3. \end{cases}$$
är fördelningsfunktion för en stokastisk variabel ξ . Ange frekvensfunktionen för ξ och bestäm väntavärden för ξ . (0.6)

VAR GOD VÄND!

6. Avgör om påståendet

$$((r \rightarrow p) \wedge (q \rightarrow \neg p)) \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$$

är en tautologi, en kontradiktion eller ingendera. (0.6)

7. Sannolikheten för att ett elektronrör är felbehäftat är 4%. Bestäm *approximativa* sannolikheten för att en elektriker som köper 500 sådana elektronrör får minst 10 och högst 25 felbehäftade rör. (0.6)

8. Bevisa att $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$ för $n \geq 1$. (0.6)

9. En snickare gör kvadrater vars sidlängd betraktas som en rektangelfördelad stokastisk variabel $\xi \in R(1.9, 2.1)$. Låt A beteckna kvadratens area.

a) Beräkna (mha. Gauss approximationsformler) approximativa värdet av väntevärdet och variansen för A . (0.3)

b) Ange exakta värdet av väntevärdet och variansen för A . (0.3)

10. Låt $f: A \rightarrow B$ och $g: B \rightarrow C$ vara två funktioner. Avgör om påståendena nedan är korrekta.

a) f och g är surjektiva $\implies g \circ f$ är surjektiv. (0.2)

b) $g \circ f$ är surjektiv $\implies g$ är surjektiv. (0.2)

c) g och $g \circ f$ är surjektiva $\implies f$ är surjektiv. (0.2)

SLUT!