LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK
Helsingborg

TENTAMENSSKRIVNING
SANNOLIKHETSTEORI OCH
DISKRET MATEMATIK
2020-10-30 kl. 8.00-13.00

Hjälpmedel: miniräknare och utdelad formelsamling.
Lösningarna skall kommenteras och motiveras utförligt.

1. Man har två mängder $A = \{ x \mid x \in Z_+ \text{ och } x^2 < 40 \}$ och $B = \{ a, b, c, d, e \}$.

a) Bestäm antalet element i $A \times B$ och antalet delmängder till $A \times B$. (0.3)

b) Hur många delmängder till $A \times B$ finns det om man använder bara jämna tal i A eller bara konsonanter i B? (0.3)

2. a) En transistors livslängd (i år) antas vara exponentialfördelad med parameter $\lambda = 0.125$. Vad är sannolikheten att den håller i minst 10 år? (0.3)

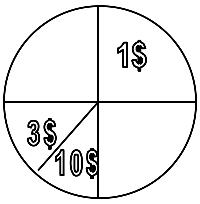
b) Linda är en skicklig Dart-spelare och träffar bull's-eye i genomsnitt två gånger av tre. Linda deltar i en tävling och hamnar i situationen att hon behöver träffa bull's-eye minst nio gånger på sina avslutande tio kast för att vinna. Vad är sannolikheten att hon klarar det? (0.3)

3. Antag att vi har tillgång till 7 olikfärgade kulor och 4 lådor numrerade I, II, III, IV.

a) På hur många sätt kan kulorna fördelas i lådorna så att ingen blir tom? (0.3)

b) Man tar bort numreringen av lådorna så att de blir likadana. På hur många sätt kan de 7 kulorna i så fall fördelas i lådorna, om vi även tillåter tomma lådor? (0.3)

4. Brandon brukar åka till Las Vegas så här års för att tjäna lite pengar med hjälp av sitt statistiska kunnande. Han går in på första bästa kasino, passerar nonchalant roulettborden och de "Enarmade banditerna" och stannar vid "Lyckohjulet" (se figuren). Insatsen per omgång är 1$.



a) Bestäm sannolikhetsfunktionen för vinsten(ξ). (0.2)

b) Hur mycket kan han förvänta sig att vinna om han spelar 100 gånger? (0.4)

5. Avgör om följande logiska argument är giltigt: (0.6)

Om John körde bil så är Henry oskyldig.
Om Carter avfyrade revolvern så är Henry skyldig.
$\therefore$ *Om Carter avfyrade revolvern så körde inte John bilen*

6. Den stokastiska variabel ξ har fördelningsfunktionen (0.6)

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<-1 \\ kx\left(1-\dfrac{x^2}{3}\right), & -1\le x\le 1 \\ 1, & x>1 \end{cases}$$

Bestäm konstanten k och frekvensfunktionen för ξ.

7. Låt $A = Z_+$ och definiera relationen R på A genom
$xRy \iff x \le 3y$. Bestäm om relationen R är
a) reflexiv b) symmetrisk c) transitiv (0.2/st)

8. Vid passagerartransportsystemet ”Cheaper is Better” är sannolikheten för att bagaget försvinner för en passagerare 0.05. Om en passagerare blivit av med sitt bagage är sannolikheten för att vederbörande är missnöjd 0.9 . Sannolikheten att en passagerare blir missnöjd är i allmänhet 0.08. Antag att kundbetjäningen ska hjälpa en missnöjd passagerare. Vad är sannolikheten att vederbörande har blivit av med bagaget? (0.6)

9. Visa att $\binom{2n}{n} < 2^{2n}$ för alla $n \ge 1$. (0.6)

10. Man ville undersöka mängden koloxid i bilavgaser hos personbilar i trafik. Från en livligt trafikerad väg valdes slumpmässigt 46 bilar ut och på dessa mättes mängden CO (g/km) i avgaserna. Medelvärdet blev 7.8 och standardavvikelsen 3.5. När man plottade data i ett fördelningsdiagram verkade normalfördelning inte orimligt så man antog följande modell: (0.6)
ξ_i = CO-mängd per km hos en slumpmässigt vald bil, $\xi_i \in N(\mu,\sigma)$.
Bestäm approximativt sannolikheten att 100 bilar totalt släpper ut mer än 850 g på en 1 km lång sträcka.

SLUT!