

Hjälpmedel: miniräknare och utdelad formelsamling.
Lösningarna skall kommenteras och motiveras utförligt.

1. a) Hur många lika långa "ord" (med 19 bokstäver) kan bildas av ordet REKTANGELFÖRDELNING? (0.3)
b) Ett telefonnummer börjar på en etta som följs av sju olika siffror. Hur många sådana nummer finns det? (0.3)
2. Vid tillverkning av en viss typ av enheter kan två slags fel, A och B, förekomma. Sannolikheten för A och B är 0.15 respektive 0.2. Felen förekommer oberoende av varandra. Beräkna sannolikheten att en tillverkad enhet har
a) exakt ett av felen. (0.3) b) minst ett av felen. (0.3)
3. a) Bestäm antalet element och antalet delmängder till $A \times C$ om $|A| = 9$, $|C| = 6$, (0.3)
b) Låt A , B och C vara mängder sådana att $|A| = 9$, $|B| = 8$, $|C| = 6$, $|B \cap C| = 5$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cup B \cup C| = 15$ och $|A \cap B \cap C| = 2$. Bestäm $|A \cap C|$. (0.3)
4. Visa att $(\sim p \wedge q) \vee (q \Rightarrow p)$ är en tautologi. (0.6)
5. Sannolikheten att en viss komponent skall fungera mer än t timmar är $e^{-0.001t}$. Ett system innehåller 12 sådana komponenter. Bestäm sannolikheten att 9 komponenter fungerar efter 50 timmar. (0.6)
6. Låt $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ och definiera relationen R på A genom $xRy \Leftrightarrow x \leq y$. Bestäm R och avgör om relationen är reflexiv, symmetrisk, asymmetrisk, antisymmetrisk, transitiv. (0.6)

Var god vänd!

7. Visa med matematisk induktion att

$$4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n-1) = \frac{n^3 - n}{3} - 8, \quad n \geq 4. \quad (0.6)$$

8. En stokastisk variabel ξ har frekvensfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{f.ö.} \end{cases} \quad (0.6)$$

Beräkna variansen för ξ .

9. Talföljden definieras genom $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, där $a_1 = 5$, $a_2 = -2$. (0.6)

Bestäm en explicit formel för a_n .

10. En viss typ av elektriska komponenter har en livslängd som är exponentialfördelad med väntevärde 2 timmar. Komponenterna skall, en i taget, användas i en utrustning som ständigt är i bruk. (0.6)
Då en komponent går sönder, byts den genast mot en ny.
Hur stor är sannolikheten att utrustningen är i bruk efter 90 timmar, om man har tillgång till 50 komponenter?
Lämplig approximation får användas

Lycka till!