LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK
Helsingborg

TENTAMENSSKRIVNING
SANNOLIKHETSTEORI OCH DISKRET MATEMATIK FMSF40
2017-10-21 kl. 9.00 – 14.00

Hjälpmedel: miniräknare och utdelad formelsamling.
Lösningarna skall kommenteras och motiveras utförligt.

1. I en urna finns 15 kulor av vilka 8 är vita och resten är röda.
Man tar 5 kulor på måfå utan återläggning. Vad är sannolikheten att man får

a) exakt 2 vita? b) först 2 röda och sedan 3 vita? c) högst 4 röda? (0.2 /st)

2. Är följande argument giltigt? (0.6)

Om Tanja investerar i aktier så blir hon rik.

Om hon blir rik så blir hon lycklig.

$\therefore$ *Om Tanja investerar i aktier så blir hon lycklig.*

Använd sanningsvärdestabell.

3. a) Stokastiska variabeln ξ är exponentialfördelad med väntevärdet 3. (0.3)
Beräkna $P(\xi > 4)$.

b) En fabrik tillverkar en viss typ av byggelement. Maskin A står för 47% av produktionen och maskin B för 53%. Av de tillverkade byggelementen är 3% resp. 4% defekta. Ett element väljs ut på måfå och befinns vara defekt. (0.3)
Hur stor är sannolikheten att det kom från maskinen B?

4. Låt R vara en relation från A till B, där $A = \{1, 2, 3, 4\}$ och $B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$. $aRb \Leftrightarrow b = a^2$. Skriv upp mängden R. (0.6)
Bestäm $Dom(R)$, $Ran(R)$. Är relationen R en funktion?

Var god vänd!

5. En tentamen består av tio frågor med fem svarsalternativ på varje fråga. För att bli godkänd krävs minst åtta rätt. Vad är sannolikheten att bli godkänd om man kan svaren på endast sex av frågorna och måste gissa på de fyra återstående? (0.6)

6. Skriv om det rekursiva sambandet $a_n = a_{n-1} + 3$, där $a_1 = 2$ på explicit form med hjälp av **backtracking** metoden. (0.6)

7. Undersökningen av 500 TV- tittarna visar att 285 tittar på fotboll, 195 på handboll, 115 tittar på ishockey, 45 på fotboll och ishockey, 70 tittar på fotboll och handboll, 50 på handboll och ishockey, 50 tittar inte på ngt av dem tre programmen.

   a) Hur många tittar på alla tre programmen? (0.3)

   b) Hur många tittar på bara ett program? (0.3)

8. En stokastisk variabel ξ har frekvensfunktionen $f(x) = k \cdot (1 - x^2),\ -1 < x < 1$. Bestäm konstanten k och beräkna väntevärdet för $3\xi - 2$. (0.6)

9. Visa till exempel med matematisk induktion att

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}\ \text{, om } n \geq 1, n \in Z\ .$$ (0.6)

10. Ett bostadsområde om 1000 hushåll planeras. Antag att antalet bilar är oberoende. En undersökning visar att antalet bilar per hushåll är 0, 1 eller 2 med sannolikheten 0.3, 0.6 respektive 0.1. Hur många parkeringsplatser skall man planera, om sannolikheten att alla bilar skall få plats ska vara 90%? Approximationer får användas. (0.6)

Lycka till!