LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK
Helsingborg

LÖSNINGAR
SANNOLIKHETSTEORI OCH DISKRET MATEMATIK
2019-11-01

1. a) $\binom{15}{3}\cdot\binom{20}{4}+\binom{15}{4}\cdot\binom{20}{3}=3760575.$

b) Enligt postafackprincipen får vi $\left\lfloor \frac{50-1}{7} \right\rfloor+1=8$.

2. a) ξ = att få en sexa, $\xi \in Bin(12,1/6)$. $P(\xi=4)=\binom{12}{4}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^4\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^8=0.088.$

b) $P\left(1.7\le\xi\le3.8\right)=\Phi\left(\frac{3.8-2.5}{0.46}\right)-\Phi\left(\frac{1.7-2.5}{0.46}\right)=\Phi(2.826)-\Phi(-1.74)=$
$\Phi(2.826)-\left(1-\Phi(1.74)\right)=0.99764-1+0.95907=0.9567$

3. a) $P(A)=\left\{\varnothing,\{2\},\{3\},\{\{1,4\}\},\{2,3\},\{2,\{1,4\}\},\{3,\{1,4\}\},\{2,3,\{1,4\}\}\right\}$
7 äkta delmängder.

b) **alt.1**: $\binom{7}{1}+\binom{7}{3}+\binom{7}{5}+\binom{7}{7}=64.$

alt.2: Antalet delmängder är 2^7, antalet delmängder med udda antal element blir $2^7/2=64$.

4. A= prenumererar på HD, B = prenumererar på en annan tidning.
a) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.80+0.15-0.07=0.88$.
b) $P(A\cup B)^c=1-0.88=0.12$.

5. a) Antalet funktioner från A till B är $|B|^{|A|}=3^5=243.$
b) Antalet blir $3^4=81.$
c) Antalet injektiva funktioner från B till A är $5\cdot4\cdot3=60$.

6. ξ = antalet kunder, $\xi\in P_0(9)$. $P\left(\xi\ge9\right)=1-P\left(\xi\le8\right)=1-\sum_{x=0}^{8}e^{-9}\frac{9^x}{x!}=1-0.456=0.545.$

7. p : Fint väder, q : Jag åker till Sofiero, r : Jag går på bio.
Vi får $\left(p\to q\right)\wedge\left(\sim p\to r\right)$ med sanningsvärdestabellen:

p	q	r	$\sim p$	$p \to q$	$\sim p \to r$	$(p \to q) \wedge (\sim p \to r)$
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1

8. $f(x)$ är en frekvensfunktion $\Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$. D.v.s. $\int_0^a 2xdx = 1 \Leftrightarrow \left[x^2\right]_0^a = 1 \Leftrightarrow a = 1$.

Vi vet att fördelningsfunktionen $0 \le F(x) \le 1$ och $F'(x) = f(x)$.

Vi får $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \le x \le 1. \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

9. *Bassteg* $n = 1$: $1 = \dfrac{1 \cdot (1+1) \cdot (2+1)}{6} \Leftrightarrow 1 = 1$. (Sant!)

Induktionssteg: Antag sant för $n = p: 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + p^2 = \dfrac{p(p+1)(2p+1)}{6}$.

Visa sant för $n = p+1$: $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + p^2 + (p+1)^2 = \dfrac{(p+1)(p+2)(2p+3)}{6}$.

VL$=1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + p^2 + (p+1)^2 = \dfrac{p(p+1)(2p+1)}{6} + (p+1)^2 =$

$$= \frac{p(p+1)(2p+1) + 6(p+1)^2}{6} = \frac{(p+1)\left(p(2p+1) + 6(p+1)\right)}{6} = \frac{(p+1)(2p^2 + 7p + 6)}{6}$$

Om vi skriver om HL som

$$\frac{(p+1)(p+2)(2p+3)}{6} = \frac{(p+1)(2p^2 + 4p + 3p + 6)}{6} = \frac{(p+1)(2p^2 + 7p + 6)}{6}$$

Så ser vi att VL=HL. Detta ger att påståendet är sant för alla $n \ge 1$.

10. $\xi =$ antal koppar per dag. $E(\xi) = 5.0$, $D(\xi) = 1.2$. $\eta =$ antal koppar under en läsperiod.

$\eta = \sum_{i=1}^{49} \xi_i$ har $E(\eta) = 49 \cdot 5 = 245$ och variansen $V(\eta) = 49 \cdot 1.2^2$.

Enligt CGS $\eta \underset{\sim}{\in} N(245, 7 \cdot 1.2)$. Vi får att

$$P(\eta > 250) = 1 - \Phi\left(\frac{250 - 245}{7 \cdot 1.2}\right) = 1 - \Phi(0.595) = 0.28.$$