

Hjälpmiddel: miniräknare och utdelad formelsamling.
Lösningarna skall kommenteras och motiveras utförligt.

1. Låt $A = \{a, b, c, d, e\}$ och låt S, T, U och V vara relationer på A (0.6)

som ges av

$$S = \{(a, a), (a, b), (b, c), (b, d), (c, e), (e, d), (c, a)\}$$

$$T = \{(a, b), (b, a), (b, c), (b, d), (e, e), (d, e), (c, b)\}$$

$$U = \{(a, b), (a, a), (b, c), (b, b), (e, e), (b, a), (c, b), (c, c), (d, d), (a, c), (c, a)\}$$

$$V = \{(a, b), (b, c), (b, b), (e, e), (b, a), (c, b), (d, d), (a, c), (c, a)\}$$

Avgör vilka av relationerna är reflexiva, symmetriska, antisymmetriska och transitiva. *Motivera dina svar!*

2. a) Bland 15 enheter finns 3 defekta. Man tar 4 enheter på måfå utan återläggning. Vad är sannolikheten att man får högst 2 defekta. (0.3)

b) Antalet anrop per minut till en telestation är Poissonfördelat med väntevärdet 4. Beräkna sannolikheten att under en minut inkommer minst ett anrop. (0.3)

3. Antag att $|A| = 90, |B| = 57, |C| = 61, |A \cap B| = 11, |A \cap C| = 29, |B \cap C| = 21$ (0.6)
 $|A \cap B \cap C| = 3$. Hur många element finns det endast i mängden A eller endast i B eller endast i C ?

4. a) Ett visst experiment lyckas med sannolikheten 0.8. (0.3)
Vad är sannolikheten att flera än sju av tio sådana experiment lyckas?

b) Låt η är exponentialfördelad fördelad med väntevärde 1. Bestäm a (0.3)
så att $P(\eta < a) = 0.5$

5. Låt f vara en funktion från $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ till $B = \{x, y, z, u, v\}$ (0.6)

Hur många funktioner från A till B finns det?

Hur många injektiva funktioner och hur många surjektiva funktioner finns det?

Var god vänd!

6. a) En vanlig typ av personsökare förr var en platta med 5 glödlampor, vilka var och en kan avge fast eller blinkande sken. Lamporna kan tändas oberoende av varandra. Om vi antar att konstruktionen är sådan att alla tända lampor måste lysa på samma sätt (fast sken eller blinkande), hur många signaler kan då avges? (0.3)

b) Samma fråga om tända lampor kan avge fast eller blinkande sken oberoende av varandra? (0.3)

7. Avgör om följande uttryck (0.6)

$$((p \vee q) \leftrightarrow q) \wedge (\neg q \wedge (p \rightarrow q))$$

är en tautologi, en kontradiktion eller ingendera.

8. En stokastisk variabel ξ har fördelningsfunktionen

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{8}\right), & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

a) Bestäm frekvensfunktionen $f(x)$ till ξ . (0.3)

b) Bestäm $E(3\xi + 1)$. (0.3)

9. Visa till exempel med matematisk induktion att

$$1 + 2 + 3 + \dots + n < \frac{(2n+1)^2}{8}, \text{ om } n \geq 1. \quad (0.6)$$

10. Beräkna approximativt väntevärde och variansen för $\eta = 2\xi_1 \cdot \xi_2^3 + 3\xi_3^2$ (0.6)

där $\xi_1 \in N(2,1)$, $\xi_2 \in Exp(1/3)$ och $\xi_3 \in R(-1,1)$.

Variablerna antas vara oberoende.

SLUT!