

- Hjälpmedel: Miniräknare och utdelad formelsamling
  - Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren förenklas maximalt
  - Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper
  - På omslaget måste du skriva med bläck
  - Skriv endast på ena sidan av pappret
- 

1. Betrakta en kontinuerlig stokastisk variabel  $X$  med följande frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{för } x < 0 \\ k, & \text{för } 0 \leq x < 1 \\ 1/4, & \text{för } 1 \leq x < 3 \\ 0, & \text{för } x \geq 3 \end{cases}$$

där  $k$  är en konstant.

a) Vilket värde har konstanten  $k$ ? (0.3)

b) Vad blir fördelningsfunktionen för  $X$ ? Dvs, tag fram uttrycket för  $F(x)$ . (0.4)

c) Beräkna väntevärdet för  $X$ . (0.3)

2. a) Vi har följande sannolikhetsfunktion för en stokastisk variabel  $X$ :

$x$	1	2	3	4	5
$p(x)$	0.12	0.29	0.35	0.15	0.09

Beräkna  $E(X)$ ,  $V(X)$  samt  $P(X < 3.5)$ . (0.6)

b) Antag att antal klagomål per timme som kommer in via email till kundservice för ett välkänt byggföretag följer en Poissonfördelning med väntevärde  $\lambda$ . Av erfarenhet vet företaget att sannolikheten för inga klagomål alls under en period av en timme är 10%. Givet denna information, beräkna sannolikheten att minst 3 klagomål skickas in till företaget under en period av en timme. (0.4)

*OBS. Fråga a) och b) är oberoende av varandra*

3. Antag att hastigheten hos de bilar som passerar en viss vägsträcka kan ses som oberoende normalfördelade stokastiska variabler med väntevärdet 90 km/h och standardavvikelse 5 km/h.

a) Vad är sannolikheten att en slumpmässigt vald bil har en hastighet som överstiger 95 km/h? (0.2)

b) Vad är sannolikheten att den *genomsnittliga* hastigheten för fem slumpmässigt valda bilar överstiger 95 km/h? (0.4)

c) Beräkna sannolikheten att det bland 5 bilar är högst 1 som har hastighet som överstiger 95 km/h. (0.4)

---

Var god vänd!

4. a) I en fabrik finns två maskiner (maskin 1 och maskin 2) intill varandra som tillverkar produkter av samma slag. Produkterna från dessa maskiner blandas sedan då de packas ner i lådor. Maskin 1 arbetar i långsammare takt än maskin 2. Detta betyder i sin tur att 40% av produkterna i en låda kommer från maskin 1. Maskin 1 och 2 tillverkar defekta produkter med sannolikheter 0.05 respektive 0.08. Om man på måfå tar en produkt ur en låda och finner den defekt, vad är sannolikheten att den har tillverkats av maskin 1? (0.8)
- b) Sannolikheten för att händelsen  $A$  inträffar är 0.5. Motsvarande sannolikhet för händelsen  $B$  är 0.6. Sannolikheten för att både händelsen  $A$  och händelsen  $B$  inträffar är 0.3. Bestäm sannolikheten att varken  $A$  eller  $B$  inträffar. (0.2)  
*OBS. Fråga a) och b) är oberoende av varandra*
5. För att undersöka om det finns någon systematisk skillnad mellan två mätmetoder (metod 1 och metod 2) har man gjort mätningar på sex *olika* objekt. Resultatet blev:

Objekt	1	2	3	4	5	6
Metod 1	17.2	16.8	18.0	18.1	16.0	16.3
Metod 2	17.2	16.7	17.7	17.9	15.9	16.1

Skillnaderna mellan mätvärden från metod 1 och 2 antas vara normalfördelade. Bestäm ett tvåsidigt konfidensintervall med  $\alpha = 0.05$  för den systematiska skillnaden. Kan man säga att det finns statistisk signifikant skillnad mellan de två mätmetoderna? (1.0)

6. a) En viss maskin används för precisionstillverkning av enheter som bör väga 785 gram. Man misstänker en viss dag systematiska avvikelser i produktionen så att enheterna blir för lätta. För att kontrollera detta tar man ut ett slumpmässigt stickprov om 8 enheter ur denna dagsproduktion. Resultatet blev (i gram):

780 783 781 785 783 786 784 781

Formulera lämplig nollhypotes och mothypotes för att kontrollera om misstanken stämmer. Genomför testet på 5% konfidensnivå under förutsättning att mätvärdena är normalfördelade. (0.8)

- b) Antag en normalfördelad stokastisk variabel med okänt väntevärde  $\mu$  och känd varians  $\sigma^2 = 9$ . Hur många mätningar krävs för att erhålla ett tvåsidigt 95% konfidensintervall för  $\mu$  som har en längd lika med 1.0? (0.2)  
*OBS. Fråga a) och b) är oberoende av varandra*

SLUT!