Lunds Tekniska Högskola
Matematik
Helsingborg

Tentamensskrivning
Matematisk Statistik, FMSF30
2019-04-24 kl 8.00–13.00

Hjälpmedel: Miniräknare och formelsamling.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt.
Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
På omslaget måste du skriva med bläck.

1. **a)** Antag att $\xi \in \mathrm{Bin}(13, 0.3)$. Beräkna $P(\xi > 3)$. (0.3)

b) I en förpackning med 10 enheter är 4 defekta. Man tar på måfå utan återläggning 5 enheter ur förpackningen. Vad är sannolikheten att man får färre än 3 defekta? (0.4)

c) Tiden ζ i minuter som det tar för en arbetare att utföra en viss arbetsoperation antas vara $N(8, 0.5)$. Vad är sannolikheten att en arbetsoperation tar högst 7 minuter att utföra? (0.3)

2. Man utför två kast med en vanlig symmetrisk tärning. Betrakta händelserna
A: det första kastet ger en tvåa eller femma,
B: summan av de två resultaten är minnst 7.

a) Beräkna sannolikheten $P(A)$. (0.2)

b) Beräkna sannolikheten $P(B)$. (0.3)

c) Är händelserna A och B oberoende? (0.5)

3. I ett land finns två typer fordon (bilar och cyklar) med två möjliga färger (blå och gul). Andelen bilar är 30 %. En undersökning har visat att 80 % av dessa är blå. Motsvarande siffra för cyklar är 25 %. En turist påträffar på måfå ett fordon.

a) Beräkna sannolikheten att fordonet är gult. (0.6)

b) Fordonet visar sig våra blå. Hur stor är sannolikheten att det är en cykel? (0.4)

4. Låt ξ vara en stokastisk variabel med fördelningen

x	1	2	3	4	5	6
$P(\xi = x)$	0.2	0.28	0.23	0.11	0.11	0.07

Beräkna väntevärdet och standardavvikelsen för $3\xi + 5$. (1.0)

5. Man bestämde vid ett tillfälle nikotinhalten i två tobakssorter A och B. Man gjorde fem bestämningar för vardera tobakssorten, varvid man erhöll följande nikotinmängder i mg

A:	23	26	25	20	23
B:	27	28	23	31	26

Vi antar att bestämningen för respektive tobakssort är normalfördelad $N(\mu_A, \sigma)$ och $N(\mu_B, \sigma)$ för något σ. Konstruera ett tvåsidigt konfidensintervall med konfidensgraden 95 % för skillnaden mellan väntevärden av nikotinhalten i de två tobakssorter. (1.0)

Var god vänd!

6. Man vill uppskatta arean av en kvadrat med **okänd** sidlängd a. Sidan mäts två gångar och vi betraktar mätningerna som oberoende stokastiska variabler ξ_1 och ξ_2 med $E(\xi_1) = E(\xi_2) = a$ och $V(\xi_1) = V(\xi_2) = \sigma^2$. Vi betrakter olika strategier för att skatta arean $T = a^2$:

a) Arean skattas genom att kvadrera mättningerna och sen ta medelvärdet, dvs.

$$T_a^* = \frac{\xi_1^2 + \xi_2^2}{2}.$$

Är T_a^* en väntevärdesriktig punktskattning av T? (0.3)

b) Arean skattas genom att multiplicera mättningerna, dvs.

$$T_b^* = \xi_1 \cdot \xi_2.$$

Är T_b^* en väntevärdesriktig punktskattning av T? (*Ledning*: Medelvärdet av en produkt av oberoende stokastiska variabler är produkten av medelvärdena.) (0.2)

c) Arean skattas genom att kvadrera medelvärdet av mättningerna, dvs.

$$T_c^* = \left(\frac{\xi_1 + \xi_2}{2}\right)^2.$$

Är T_c^* en väntevärdesriktig punktskattning av T? (0.3)

d) Vilket alternativ är att föredra? (0.2)

SLUT!