

Korrekt, väl motiverad lösning på uppgift 1–6 ger 10 poäng vardera. Totalt kan man få 60 poäng.
Gränsen för godkänd är 30 poäng.

Institutionens papper används både som kladdpapper och som inskrivningspapper. Varje uppgift skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas. Skriv anonymkod och personlig identifierare på alla papper.

Tillåtna hjälpmedel: Kursens formelblad i Sannolikhet respektive Statistik samt miniräknare.

Resultatet läggs in i Ladok senast måndag den 6 november.

-
1. Hamlets roddbåt har en styrbordslanterna (grön) och en babordslanterna (röd)¹. Han inspekterar dem med jämna mellanrum och byter ut trasiga lanternor. Han har noterat att styrbordslanteran behöver bytas ut vid 5 % av inspektionerna och babordslanteran vid 3 % av inspektionerna. Han har också konstaterat att vid 1 % av inspektionerna behöver han byta ut båda lanternorna.
 - (a) Beräkna sannolikheten att Hamlet behöver byta ut *minst* en av lanternorna vid en inspektion. (3p)
 - (b) Beräkna den betingade sannolikheten att han behöver byta ut styrbordslanteran, givet att han behöver byta ut *minst* en av lanternorna. (4p)
 - (c) Beräkna sannolikheten att Hamlet behöver byta ut *precis* en av lanternorna vid en inspektion. (3p)
 2.
 - (a) Sannolikheten att en viss typ av billig lysdiod är defekt är $p = 0.20$ och olika lysdioder är defekta oberoende av varandra. Man väljer slumpmässigt ut $n = 10$ lysdioder av denna typ. Beräkna sannolikheten att *högst* en dem är defekt. (4p)
 - (b) Antalet hål på en viss typ av stålplatta kan anses vara Poissonfördelat med väntevärde $\lambda = 2$. Beräkna sannolikheten att det inte finns några hål alls på en slumpmässigt vald stålplatta av denna typ. (3p)
 - (c) Livslängden hos en viss typ av bilbatteri varierar enligt en exponentialfördelning med väntevärde 4 år. Beräkna sannolikheten att ett sådant bilbatteri håller i *minst* 5 år. (3p)
 3. Hos skruvar av typ A varierar hållfastheten (enhet: MPa) som $\xi \in N(800, 50)$ medan den hos skruvar av typ B varierar som $\eta \in N(900, 60)$.
 - (a) Beräkna sannolikheten att en skruv av typ A *inte* tål belastningen 650 MPa, dvs $P(\xi < 650)$. (4p)
 - (b) Beräkna sannolikheten att en skruv av typ B tål minst 150 MPa högre belastning än en skruv av typ A, dvs $P(\eta - \xi > 150)$. (6p)
-

Fortsätter på nästa sida!

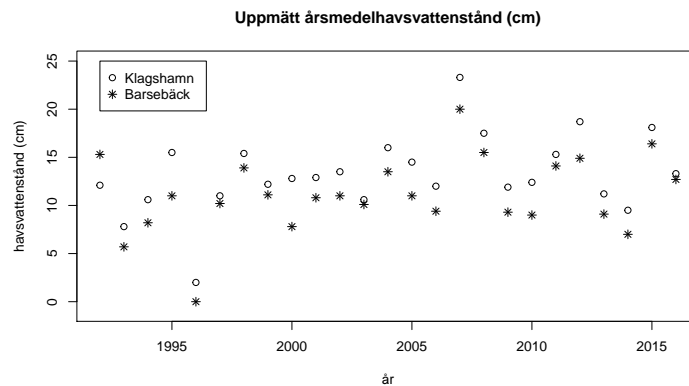
¹Vi bortser från akterlanteran (vit).

4. På en arbetsplats finns tre gasolrör. Antalet rör, ξ , som används under en arbetsdag varierar slumpmässigt från dag till dag enligt följande fördelning:

$$\begin{array}{l} k: \quad \quad \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \\ P(\xi = k): \quad 0.1 \quad 0.3 \quad 0.5 \quad 0.1 \end{array}$$

- (a) Beräkna väntevärde, $E(\xi)$, varians, $V(\xi)$, och standardavvikelse för antalet gasolrör som används en slumpmässigt vald arbetsdag. (5p)
- (b) Beräkna approximativt sannolikheten att man under ett år med 250 arbetsdagar använder mer än 425 gasolrör. Man kan anta att antalet rör man använder olika dagar är oberoende av varandra (och att tömda rör fylls på under natten). (5p)
5. Man vill undersöka skillnaden i vattenstånd mellan Klagshamn och Barsebäck. Man har hämtat data från SMHI² för de senaste 25 åren gav (årliga medelvärden, enhet: cm) och har också beräknat den årliga skillnaden samt medelvärde och stickprovsstandardavvikelse för var och en av de tre serierna: (10p)

År	1992	1993	1994	1995	...	2015	2016	\bar{x}	s
Klagshamn	12.1	7.8	10.6	15.5	...	18.1	13.3	13.20	4.06
Barsebäck	15.3	5.7	8.2	11.0	...	16.4	12.7	11.08	4.03
Skillnad	-3.2	2.1	2.4	4.5	...	1.7	0.6	2.12	1.58



Beräkna ett 95 % konfidensintervall för den systematiska skillnaden i vattenstånd mellan Klagshamn och Barsebäck. Lämpliga normalfördelningsantagande kan göras.

6. I en provtagningsjämförelse avseende närsalter, utförd av Institutet för tillämpad miljöforskning, fick två laboratorier, A och B, bestämma halten ammoniumkväve ($\text{NH}_4\text{-N}$ $\mu\text{g/l}$) i ett prov (samma ursprungsprov för alla bestämningar). De två laboratorierna använde varsin analysmetod och fick följande resultat: (10p)

Lab A, $\text{NH}_4\text{-N}$ halt:	460	435	445	470	432	429
Lab B, $\text{NH}_4\text{-N}$ halt:	410	417	448	438	416	

Man kan anta att data är normalfördelade med samma varians. Sätt upp lämplig nollhypotes och mothypotes och testa om det finns en signifikant skillnad mellan de två laboratorierna beträffande förväntad $\text{NH}_4\text{-N}$ halt.

Lycka till!

²<http://opendata-catalog.smhi.se/explore/>