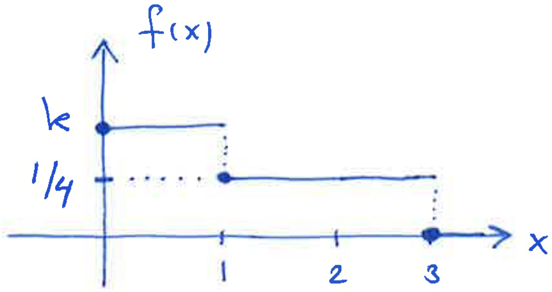
1)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x<0 \\ k & , 0 \le x < 1 \\ 1/4 & , 1 \le x < 3 \\ 0 & , x \ge 3 . \end{cases}$$



a) Utnyttja villkoret : $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1.$

$$\Rightarrow \underbrace{\int_0^1 k\,dx}_{=k} + \underbrace{\int_1^3 \frac{1}{4}\cdot dx}_{=\frac{1}{2}} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{k = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}}} .$$

b) $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$

<u>Då $x<0$</u> : $F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0 \cdot dt = 0$

<u>Då $0 \le x < 1$</u> : $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} f(t)\,dt}_{=0} + \int_0^x f(t)\,dt$

$$= \int_0^x \frac{1}{2}\,dt = \frac{x}{2}$$

<u>Då $1 \le x < 3$</u> : $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} f(t)\,dt}_{=0} + \underbrace{\int_0^1 f(t)\,dt}_{=\frac{1}{2}} + \int_1^x f(t)\,dt$

$$= \frac{1}{2} + \int_1^x \frac{1}{4}\,dt = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(x-1) = \frac{1}{4}(x+1)$$

<u>Då $x \ge 3$</u> : $F(x) = 1.$

c) $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_0^1 x \cdot \frac{1}{2}\,dx + \int_1^3 x \cdot \frac{1}{4}\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + \frac{1}{4}\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^3 = \frac{5}{4}.$

2)

a) $E(X) = \sum_{\text{alla } x} x\,p(x) = \sum_{x=1}^{5} x\,p(x) = 0{,}12 + 2\cdot 0{,}29 + 3\cdot 0{,}35 + 4\cdot 0{,}15 + 5\cdot 0{,}09$

$= \underline{\underline{2{,}8}}$

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \sum_{x=1}^{5} x^2 p(x) - 2{,}8^2$

$= 1^2\cdot 0{,}12 + 2^2\cdot 0{,}29 + 3^2\cdot 0{,}35 + 4^2\cdot 0{,}15 + 5^2\cdot 0{,}09 - 2{,}8^2$

$= \underline{\underline{1{,}24}}.$

$P(X < 3{,}5) = P(X \le 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$

$= 0{,}12 + 0{,}29 + 0{,}35 = \underline{\underline{0{,}76}}.$

b) Sätt X = antalet klagomål per timme.

$\Rightarrow X \in Po(\lambda)$. ($\lambda$ här okänt)

Vi vet att: $P(X=0) = \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} = 0{,}10$

$\Leftrightarrow -\lambda = \ln 0{,}10 \Leftrightarrow \lambda = -\ln 0{,}10 = 2{,}3$

Detta ger:

$P(X \ge 3) = 1 - \sum_{x=0}^{2} P(X=x) = 1 - \left(e^{-\lambda} + \lambda e^{-\lambda} + \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda}\right)$

$= \{\lambda = 2{,}3\} = \underline{\underline{0{,}40}}.$

3) Sätt X = hastighet $\in N(90, 5)$.

a) $P(X > 95) = 1 - P(X \leq 95) = 1 - \Phi\left(\frac{95-90}{5}\right)$

$= 1 - \Phi(1) \approx \underline{\underline{0,16}}$.

b) Notera att $\bar{X} \in N(90, 5/\sqrt{5})$

$\Rightarrow P(\bar{X} > 95) = 1 - \Phi\left(\frac{95-90}{5/\sqrt{5}}\right) \approx \underline{\underline{0,013}}$.

c) Sätt Y = antal bilar som överstiger 95 km/h.

Notera att $Y \in Bin(5, 0,16)$

från uppg. a).

$\Rightarrow P(Y \leq 1) = P(Y=0) + P(Y=1) = \ldots = \underline{\underline{0,82}}$.

4)

a) Händelser: A = produkt tillverkad av maskin 1

B = —— " —— 2.

D = produkt är defekt.

Vi vill beräkna $P(A|D)$:

$$P(A|D) = \frac{P(A\cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|A)\cdot P(A)}{P(D|A)\cdot P(A) + P(D|B)\cdot P(B)}$$

$$= \frac{0{,}05\cdot 0{,}40}{0{,}05\cdot 0{,}40 + 0{,}08\cdot 0{,}60} = \underline{\underline{0{,}294}}.$$

b) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$= 0{,}5 + 0{,}6 - 0{,}3$

$= 0{,}8$

$\Rightarrow$ S/h att varken A eller B inträffar

$= P((A\cup B)^c) = 1 - P(A\cup B) = 1 - 0{,}8 = \underline{\underline{0{,}2}}.$

5) Stickprov i par.

i	1	2	3	4	5	6
z_i	0	0,1	0,3	0,2	0,1	0,2

$Z_i \in N(\Delta, \sigma)$

$$S_z = \sqrt{\frac{1}{6-1}\sum_{i=1}^{6}(z_i - \bar{z})^2} \quad \text{där} \quad \bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^{6} z_i}{6} = 0,15.$$

$$= 0,1049$$

$$t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0,025}(5) = 2,57$$

$$\Rightarrow \quad I_\Delta = 0,15 \pm 2,57 \cdot \frac{0,1049}{\sqrt{6}} = [0,04,\ 0.26].$$

Eftersom intervallet ej täcker över 0 så finns en signifikant skillnad mellan mätmetoderna.

6) a) $H_0 : \mu = 785$

$H_1 : \mu < 785$

Dvs, ett ensidigt hypotestest.

Testvariabel : $T = \dfrac{\bar{x} - 785}{s/\sqrt{n}}$

$\bar{x} = 782,875$; $s = \sqrt{\frac{1}{8-1} \sum_{i=1}^{8} (x_i - \bar{x})^2} = 2,1002$

$n = 8$; $t_\alpha(n-1) = t_{0,05}(7) = 1,895$

$\Rightarrow \quad T = -2,86 < -t_{0,05}(7) = -1,895.$

Slutsats : Misstanken stämmer på konf.nivå α.
(Dvs, H_0 kan förkastas).

b) Konfidensintervallets längd är :

$$2 \cdot \lambda_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,0$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{n} = 2 \lambda_{\alpha/2} \cdot \sigma = 2 \cdot 1,96 \cdot 3$$

$$\Rightarrow \quad n = (2 \cdot 1,96 \cdot 3)^2 = 138,29$$

Slutsats : Det krävs $n = 139$ mätningar.