FORMELSAMLING, FMSF30

Vanliga fördelningar

Fördelning			Väntevärde	Varians
Binomialfördelning, Bin (n, p)	$\mathrm{P}(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	$x = 0, 1, \ldots, n$	np	$np(1-p)$
Hypergeometrisk-fördelning Hyp(N, n, p)	$\mathrm{P}(X = x) = \dfrac{\binom{Np}{x}\binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	$x = 0, 1, \ldots, n$	np	$\dfrac{N-n}{N-1}\, np(1-p)$
Poissonfördelning, Po(λ)	$\mathrm{P}(X = x) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^x}{x!}$	$x = 0, 1, 2, \ldots$	λ	λ
Normalfördelning, N(μ, σ)	$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$-\infty < x < \infty$	μ	σ^2
Rektangel-fördelning, R(a, b)	$f(x) = \dfrac{1}{b-a}$	$a < x \leq b$	$\dfrac{a+b}{2}$	$\dfrac{(b-a)^2}{12}$
Exponential-fördelning, Exp$(\frac{1}{\lambda})$	$f(x) = \lambda\, e^{-\lambda x}$	$x \geq 0$	$1/\lambda$	$(1/\lambda)^2$

- Betingad sannolikhet: $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$.
- Oberoende händelser: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
- Fördelningsfunktionen för en diskret s.v. ξ: $F(x_k) = P(\xi \leq x_k) = \sum_{i=1}^{k} P(\xi = x_i)$.
- Fördelningsfunktionen för en kontinuerlig s.v. ξ: $F(x) = P(\xi \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$,

  där $f(x)$ är frekvensfunktionen för ξ.

- **Variansen** för en s.v. ξ: $V(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2 = E(\xi^2) - \mu^2$,
där $E(\xi) = \mu$ är väntevärdet.

- **Standardavvikelsen** för en s.v. ξ: $D(\xi) = \sqrt{V(\xi)} = \sigma$.

- Låt a, b och c vara konstanter och ξ_1, ξ_2 stokastiska variabler så gäller:

  a) $E(a\xi_1 + b\xi_2 + c) = aE(\xi_1) + bE(\xi_2) + c$

  b) $V(a\xi_1 + b\xi_2 + c) = a^2V(\xi_1) + b^2V(\xi_2)$, om ξ_1, ξ_2 är oberoende.

- **Gauss approximationsformler**:

  Låt g vara en funktion med kontinuerlig derivatan.

  Låt ξ vara en stokastisk variabel med $E(\xi) = \mu$:

  $E(g(\xi)) \approx g(\mu)$ och $V(g(\xi)) \approx \left(\frac{\partial g}{\partial \xi}(\mu)\right)^2 \cdot V(\xi)$.

  Låt ξ_1, ξ_2 och ξ_3 vara tre oberoende stokastiska variabler med $E(\xi_i) = \mu_i$, $i = 1, 2, 3$:

  $E(g(\xi_1, \xi_2, \xi_3)) \approx g(\mu_1, \mu_2, \mu_3)$ och

$$V(g(\xi_1, \xi_2, \xi_3)) \approx \left(\frac{\partial g}{\partial \xi_1}(\mu_1, \mu_2, \mu_3)\right)^2 \cdot V(\xi_1) + \left(\frac{\partial g}{\partial \xi_2}(\mu_1, \mu_2, \mu_3)\right)^2 \cdot V(\xi_2) + \left(\frac{\partial g}{\partial \xi_3}(\mu_1, \mu_2, \mu_3)\right)^2 \cdot V(\xi_3)$$

- **Normalfördelning**:

  $P(\xi \le a) = \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right)$ där $\xi \in N(\mu, \sigma)$

Statistikformler:

Korrelation

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{\sqrt{n\sum (x_i)^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \cdot \sqrt{n\sum (y_i)^2 - \left(\sum y_i\right)^2}}$$

Regressionslinje $\quad y = \alpha + \beta x \qquad \beta = \dfrac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n\sum (x_i)^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \qquad \alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$

Punktskattning $\quad \mu^*_{obs} = \bar{x} \qquad \sigma^*_{obs} = s$, där $s = \sqrt{\dfrac{1}{n-1}\left(\sum (x_i)^2 - \dfrac{1}{n}\left(\sum x_i\right)^2\right)}$ (1)

Intervallskattning

Konfidensintervall för μ om σ är känt: $\quad \bar{x} \pm \lambda_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n}$

om σ inte är känt: $\quad \bar{x} \pm t_{\alpha/2}(n-1) \cdot s/\sqrt{n}$ med s enligt (1) ovan

Anm. $\lambda_{\alpha/2}$ är bokens beteckning (även använd i tabellen nedan). Betecknas ibland $z_{\alpha/2}$.

Stickprov i par

$\zeta_i = \cancel{\xi_i} - \cancel{\eta_i} \in N(\Delta, \sigma)$ med konfidensintervall för Δ som ovan.

$\eta_i - \xi_i$

Två stickprov (x och y av storlek n_1 resp. n_2)

$\zeta = \bar{\xi} - \bar{\eta} \in N(\mu_1 - \mu_2, \sigma\sqrt{1/n_1 + 1/n_2})$ med $E(\xi) = \bar{x}$ och $E(\eta) = \bar{y}$.

Konfidensintervall för $\mu_1 - \mu_2$ om σ är känt: $\quad \bar{x} - \bar{y} \pm \lambda_{\alpha/2} \cdot \sigma \cdot \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$

om σ inte är känt: $\quad \bar{x} - \bar{y} \pm t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) \cdot s^* \cdot \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$

där $s^* = \sqrt{\dfrac{(n_1 - 1) \cdot s_1^2 + (n_2 - 1) \cdot s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$ med s_1 och s_2 beräknade enligt formel (1) för x resp y.

Hypotesprövning (typfall)

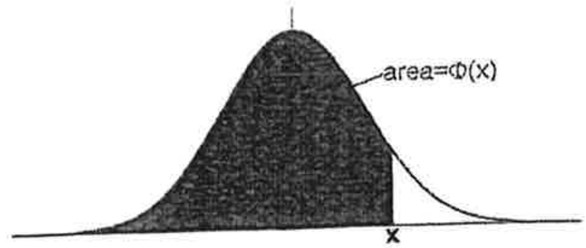
$H_0 : \mu = \mu_0$ med $H_1 : \mu > \mu_0$ eller $\mu < \mu_0$ eller $\mu \neq \mu_0$: $\quad \Phi\left(\dfrac{k - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$ resp α resp. $\alpha/2$

Normalfördelningens svans

α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
λ_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902

Tabellen ger det λ_α-värde för vilket $P(\xi > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $\xi \in N(0,1)$

Normalfördelningen



$\Phi(x)=P(X\leq x)$ där $X\in N(0, 1)$

För negativa värden utnyttja att $\Phi(-x)= 1-\Phi(x)$

x	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

Table entry for p and C is the critical value t^* with probability p lying to its right and probability C lying between $-t^*$ and t^*.

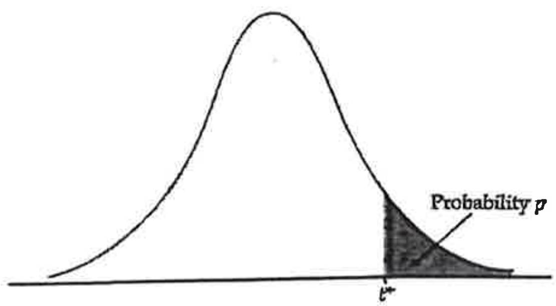


TABLE D

t distribution critical values

	Upper-tail probability p											
df	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	~~3.611~~	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
z^*	0.674	~~0.841~~	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	~~3.091~~	3.291
	50%	60%	70%	80%	90%	95%	96%	98%	99%	99.5%	99.8%	99.9%
	Confidence level C											

3.610

0.842

3.090

2nd + VARS

	$\xi \in Bin(n, p)$	$\xi \in P_o(\lambda)$
$P(\xi = x)$	binompdf(n, p, x)	poissonpdf(λ, x)
$P(\xi \leq x)$	binomcdf(n, p, x)	poissoncdf(λ, x)