**LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA**
**MATEMATIK**
**Helsingborg**

**TENTAMENSSKRIVNING**
**LINJÄR ALGEBRA, FMAA55**
**2022-04-27 kl 14.00-19.00**

*INGA HJÄLPMEDEL.*
*Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt. Alla baser och koordinatsystem får antas vara ortonormerade och positivt orienterade, om inte annat anges.*

**1. a)** Bestäm en ekvation för linjen $\ell$ genom punkterna $P\colon (-1,0,1)$ och $Q\colon (4,2,6)$. (0.2)

**b)** Låt $\pi$ vara planet genom punkterna $P_1\colon (1,1,1)$, $P_2\colon (0,4,2)$ och $P_3\colon (-1,3,7)$. Bestäm en ekvation på affin form för $\pi$. (0.4)

**c)** Bestäm vinkeln mellan linjen $\ell$ och planet $\pi$. (0.4)

**2.** Låt $P\colon (1,1,4)$ och $\pi\colon 2x+y-z+3=0$.

**a)** Bestäm spegelbilden av punkten $P$ i planet $\pi$. (0.7)

**b)** Bestäm avståndet mellan $P$ och $\pi$. (0.3)

**3.** Bestäm för alla värden på $a$ antalet lösningar till ekvationssystemet

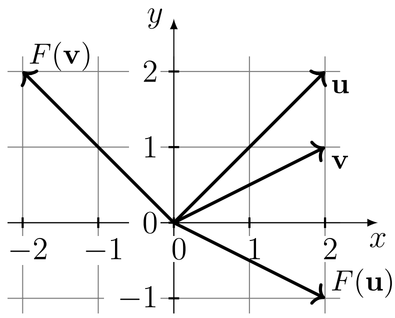
$$\begin{cases} ax - y + z = 3+a \\ x + y + z = 1+a \\ -x + ay + z = 2 \end{cases}$$

(1.0)

**4.** Figuren till höger visar vektorerna $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $F(\mathbf{u})$ och $F(\mathbf{v})$, där $F$ är en passande linjär avbildning.

**a)** Ange koordinaterna till vektorerna $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $F(\mathbf{u})$ och $F(\mathbf{v})$. (0.2)

**b)** Bestäm avbildningsmatrisen för $F$. (0.8)




**5.** Låt

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Lös matrisekvationen $B(I-AX)^{-1} = A^{-1}$. (1.0)

**6.** Betrakta punkten $P\colon (1,2,3)$, planet $\pi\colon 3x-y+z+5=0$ och linjerna $\ell_1\colon (x,y,z)=(1-t,t,-t)$, $\ell_2\colon (x,y,z)=(t,t,-1+2t)$.

**a)** Linjen $\ell'$ går genom $P$, är parallell med $\pi$ och skär $\ell_1$. Bestäm $\ell'$. (0.3)

**b)** Linjen $\ell''$ går genom $P$ och skär $\ell_1$ och $\ell_2$. Bestäm $\ell''$. (0.7)

*SLUT!*