LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK
Helsingborg

TENTAMENSSKRIVNING
LINJÄR ALGEBRA
2019-06-07 kl 14.00-19.00

Svar förenklas maximalt.
Alla baser kan antas vara ortonormerade och positivt orienterade.
Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
På omslaget **måste du skriva** med bläck**.**

1. Vektorerna $\bar{u} = (-3,0,-4)$, $\bar{v} = (-7,0,-1)$ och $\bar{w} = (0,2,1)$ är givna.

a) Bestäm arean av den parallellogram som spänns upp av $\bar{u}$ och $\bar{w}$. (0.3)

b) Bestäm volymen av den parallellepiped som spänns upp av $\bar{u}$, $\bar{v}$ och $\bar{w}$. (0.3)

c) Dela upp vektorn $\bar{a} = (2, 1, -1)$ i två vinkelräta komposanter, varav den ena är parallell med vektorn $\bar{w}$. (0.4)

2. a) Planet π_1 är vinkelrät mot $L:(x,y,z) = (1+t, -t, 3+t)$ och innehåller punkten $(3,2,0)$. Bestäm ekvationen för π_1. (0.3)

b) Bestäm skärningspunkten mellan linjen L och planet $\pi_2 : x + y + 2z - 1 = 0$. (0.3)

c) Beräkna cosinus för minsta vinkeln mellan π_1 och π_2. (0.4)

3. a) För vilka värden på x ligger vektorerna $(x, 1, 2)$, $(1, x-2, 0)$ och $(x-1, x-1, 0)$ i samma plan? (0.3)

b) Lös matrisekvationen $XA = B$, (0.7)

där $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

4. a) Ange matrisen för vridning vinkeln $\dfrac{\pi}{4}$ i negativ led runt origo. (0.4)

b) I vilken linje övergår linjen $(x,y) = (3t, -t)$ efter denna vridning? (0.3)

c) Triangeln T_1 med arean 4 areaenheter övergår efter vridningen i triangeln T_2. Vilken area har bildtriangeln T_2? (0.3)

5. L är skärningslinjen mellan de tre planen $x - 2y + z - 1 = 0$, $x - 3y + 3z - 2 = 0$ och $-3x + 5y - z + 2 = 0$. Bestäm minsta avståndet mellan L och punkten $P:(2, -3, 2)$. (1.0)

6. Bestäm ekvationen för planet π som är parallell med z-axeln och innehåller punkterna $(2,1,1)$, $(1,2,2)$. Bestäm spegelbilden i planet π av en godtycklig punkt på z-axeln. (1.0)

TREVLIG SOMMAR!