LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK
Helsingborg

TENTAMENSSKRIVNING
LINJÄR ALGEBRA
2019-05-02 kl 8.00-13.00

Svar förenklas maximalt.
Alla baser kan antas vara ortonormerade och positivt orienterade.
Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
På omslaget **måste du skriva** med bläck**.**

1. a) Linjen L_1 går igenom punkterna $A:(-4,1,-1)$ och $B:(-1,3,-2)$, (0.6)
linjen L_2 har ekvationen L_2: $(x, y, z) = (16+t, 1-t, 3+t)$.

Bestäm skärningen mellan linjerna L_1 och L_2.

b) Bestäm skärningen mellan linjen planet $\pi_1 : x-2y+z-1=0$ och (0.4)
$\pi_2 : 2x-3y-z+5=0$.

2. Lös matrisekvationen $AX + X = B^T$, där (1.0)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ och } B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

3. Planet π innehåller punkten $(2, 3, 3)$ och är parallellt med vektorerna (1.0)
$(1, 2, -2)$ och $(2, 2, -3)$. Bestäm minsta avståndet mellan π och
punkten $(0,1,1)$.

4. Låt $\bar{u} = (1, a, -1)$, $\bar{v} = (4,-1,2)$ och $\bar{w} = (1,-1,1)$ vara tre vektorer.

a) Bestäm talet a så att vektorerna $\bar{u}$ och $\bar{v}$ blir ortogonala. (0.3)

b) Är vektorerna $\bar{u}$, $\bar{v}$ och $\bar{w}$ linjärt oberoende? (0.3)
Använd a-värdet från uppgift a).

c) Bestäm arean av den triangel som spänns upp av $\bar{v}$ och $\bar{w}$. (0.4)

5. En ljusstråle från punkten (1, 2, 1) och med riktningen (1, 0, 2)
reflekteras mot planet $x-y+z-6=0$.

a) I vilken punkt träffar strålen planet? (0.4)

b) Bestäm ekvationen för den reflekterade ljusstrålen. (0.6)

6. En triangel har hörnen i (2,4), (3,7) och (4,1). Vad hamnar hörnen om (1.0)
triangeln vrids vinkeln $\dfrac{3\pi}{4}$ i positiv led kring sin tyngdpunkt?

Ledning: $\overrightarrow{OM} = \dfrac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$, där M är tyngdpunkten i triangeln ABC.

LYCKA TILL!