LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK
Helsingborg

TENTAMENSSKRIVNING
LINJÄR ALGEBRA
2018-08-20 kl 8.00-13.00

Svar förenklas maximalt.
Alla baser kan antas vara ortonormerade och positivt orienterade.
Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
På omslaget **måste du skriva** med bläck**.**

1. a) Bestäm planet som går genom punkten P:$(1,2,3)$. och är parallellt med $3x-y+2z+15=0$. (0.2)

   b) Bestäm talet a så att vektorerna $\overline{u}=(a+2,\ 2a)$ och $\overline{v}=(1,a-1)$ blir parallella. (0.4)

   c) Bestäm **alla** vektorer, som är ortogonala mot $(-2,1,-1)$ och $(1,-1,3)$. (0.4)

2. a) Beräkna $(\overline{u}-\overline{v})\cdot(2\overline{u}+\overline{v})$ om $|\overline{u}|=2, |\overline{v}|=3$ och vinkeln mellan $\overline{u}$ och $\overline{v}$ är $\frac{\pi}{6}$. (0.5)

   b) Är vektorerna $(0,1,2,-1)$, $(1,2,0,1)$, $(3,0,2,-1)$ och $(-1,0,1,0)$ linjärt oberoende? (0.5)

3. Linjen L_1 går genom punkten $(3,1,0)$ och är ortogonal mot planet $2x-y+z-5=0$. Punkterna $(3,0,3)$ och $(2,1,1)$ ligger på L_2. Undersök om linjerna L_1 och L_2 skär varandra och ange i så fall skärningspunkten. (1.0)

4. Bestäm matrisen X sådan att $X\cdot A^T+I=2B$ där (1.0)

$$A=\begin{pmatrix}4&2&1\\1&3&2\\-1&0&0\end{pmatrix} \text{ och } B=\begin{pmatrix}1&0&-1\\2&-1&0\\1&2&1\end{pmatrix}.$$

5. Bestäm de värden på a för vilka de tre planen $x+ay-4z=1,\ ax+y-5z=-1,\ x-y-z=-2$ skär varandra längs en linje. Ange linjens ekvation. (1.0)

6. Linjerna L_1 och L_2 är givna.
   $L_1:(x,y,z)=(1+2t,t,1-t)$, $L_2:(x,y,z)=(3+4t,2+2t,-3-2t)$.

   a) Bestäm ekvationen för det plan π som innehåller båda linjerna. (0.5)

   b) Bestäm matrisen för den linjära avbildning som består av spegling i planet π åtföljt av ortogonal projektion på samma plan. (0.5)

SLUT!