LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK
Helsingborg

TENTAMENSSKRIVNING
LINJÄR ALGEBRA
2018-06-01 kl 14.00-19.00

Svar förenklas maximalt.
Alla baser kan antas vara ortonormerade och positivt orienterade.
Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
På omslaget **måste du skriva** med bläck**.**

1. Låt $\overline{u} = (-1, 1, 2), \overline{v} = (1, 2, 1)$ och $\overline{w} = (3, 0, 4)$

a) Bestäm vinkeln mellan $\overline{u}$ och $\overline{v}$. (0.2)

b) Bestäm arean av den parallellogram som spänns upp av vektorerna $\overline{u}$ och $\overline{v}$. (0.3)

c) Är vektorerna $\overline{u}$, $\overline{v}$ och $\overline{w}$ linjärt beroende? (0.5)

2. a) Bestäm skärningslinjen L mellan planen $x + y + z - 3 = 0$ och $2x - y + 5z = 0$. (0.3)

b) Punkterna $(1,1,1)$, $(1,2,2)$ och $(3,0,3)$ ligger i planet π. (0.4)
Bestäm ekvationen för π på affin form.

c) Bestäm skärningspunkten mellan planet π och linjen L från a). (0.3)

3. Linjen $L: (x, y) = (1 + 3t, 2 - t)$ är given.
Var hamnar punkten $P: (3,3)$ vid

a) ortogonal projektion på linjen L, (0.4)

b) spegling i linjen L? (0.6)

4. Bestäm matrisen X sådan att $A^{-1} \cdot X \cdot B = C$ där (1.0)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ och } C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Bestäm värdet på konstanten a så att vektorerna $\overline{u} = (-1, 1, 2)$ och $\overline{v} = (a, -5, 2a)$ blir ortogonala. (1.0)
Bestäm en positivt orienterad ortonormerad bas $\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3$ sådan att $\overline{e}_1$ är parallell med $\overline{u}$ och $\overline{e}_2$ är parallell med $\overline{v}$.

6. En ljusstråle genom origo infaller med riktningen $(1, 2, 3)$ mot det reflekterande planet $x + y + z - 12 = 0$. (1.0)
Bestäm ekvationen för den linje längs vilken ljusstrålen reflekteras.
Bestäm avståndet mellan x-axeln och den reflekterade strålen.

TREVLIG SOMMAR!