

- Hjälpmedel: Miniräknare och utdelad formelsamling
- Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren förenklas maximalt
- Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper
- På omslaget måste du skriva med bläck
- Skriv endast på ena sidan av pappret

-
1. a) Sannolikheten för att händelsen A inträffar är 0.5. Motsvarande sannolikhet för händelsen B är 0.6. Sannolikheten för att både händelsen A och händelsen B inträffar är 0.3. Bestäm sannolikheten att varken A eller B inträffar. (0.3)
- b) I ett kvalitetstest tar man på måfå från ett stort parti ut 19 enheter och förkastar partiet om det bland de 19 enheterna finns fler än 2 felaktiga enheter. Hur stor är sannolikheten att ett parti förkastas om andelen felaktiga i partiet är 10%? (0.7)
2. Betrakta en kontinuerlig stokastisk variabel X med följande frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{för } x < 0 \\ k, & \text{för } 0 \leq x < 1 \\ 1/4, & \text{för } 1 \leq x < 3 \\ 0, & \text{för } x \geq 3 \end{cases}$$

där k är en konstant.

- a) Vilket värde har konstanten k ? (0.3)
- b) Vad blir fördelningsfunktionen för X ? Dvs, tag fram uttrycket för $F(x)$. (0.4)
- c) Beräkna väntevärdet för X . (0.3)
3. a) Vi har följande sannolikhetsfunktion för en stokastisk variabel X :

x	1	2	3	4	5
$p(x)$	0.12	0.29	0.35	0.15	0.09

Beräkna $E(X)$, $V(X)$ samt $P(X < 3.5)$. (0.6)

- b) Antag att antal klagomål per timme som kommer in via email till kundservice för ett välkänt byggföretag följer en Poissonfördelning med väntevärde λ . Av erfarenhet vet företaget att sannolikheten för inga klagomål alls under en period av en timme är 10%. Givet denna information, beräkna sannolikheten att minst 3 klagomål skickas in till företaget under en period av en timme. (0.4)
- OBS. Fråga a) och b) är oberoende av varandra*

Var god vänd!

4. Antag att hastigheten hos de bilar som passerar en viss vägsträcka kan ses som oberoende normalfördelade stokastiska variabler med väntevärdet 90 km/h och standardavvikelse 5 km/h.
- Vad är sannolikheten att en slumpmässigt vald bil har en hastighet som överstiger 95 km/h? (0.2)
 - Vad är sannolikheten att den *genomsnittliga* hastigheten för fem slumpmässigt valda bilar överstiger 95 km/h? (0.4)
 - Beräkna sannolikheten att det bland 5 bilar är högst 1 som har hastighet som överstiger 95 km/h. (0.4)
5. a) I en fabrik finns två maskiner (maskin 1 och maskin 2) intill varandra som tillverkar produkter av samma slag. Produkterna från dessa maskiner blandas sedan då de packas ner i lådor. Maskin 1 arbetar i långsammare takt än maskin 2. Detta betyder i sin tur att 40% av produkterna i en låda kommer från maskin 1. Maskin 1 och 2 tillverkar defekta produkter med sannolikheter 0.05 respektive 0.08. Om man på måfå tar en produkt ur en låda och finner den defekt, vad är sannolikheten att den har tillverkats av maskin 1? (0.7)
- b) Antag att X är en exponentialfördelad stokastisk variabel med medelvärde $1/\lambda = 4$. Då gäller att $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, för $x \geq 0$. Beräkna den betingade sannolikheten:

$$P(X \leq 10 \mid X > 2) \tag{0.3}$$

OBS. Fråga a) och b) är oberoende av varandra

6. På ett bibliotek vill man undersöka fördelningen för antal utlånade böcker per dag. Från kunddata har biblioteket uppskattat sannolikheten att en godtycklig besökare lånar X böcker:

$$P(X = 0) = 0.10, \quad P(X = 1) = 0.30, \quad P(X = 2) = 0.25, \quad P(X = 3) = 0.20, \quad P(X = 4) = 0.15.$$

Vi antar här att antal böcker olika personer lånar är oberoende av varandra. Under en viss dag anländer 152 personer till biblioteket. Vad är sannolikheten att biblioteket lånar ut fler än 290 böcker under denna dag? (*OBS. Väl motiverade approximationer är tillåtna.*) (1.0)

SLUT!