

Korrekt, väl motiverad lösning på uppgift 1–6 ger 10 poäng vardera. Totalt kan man få 60 poäng.  
Gränsen för godkänd är 30 poäng.

Institutionens papper används både som kladdpapper och som inskrivningspapper. Varje uppgift skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas. Skriv anonymkod och personlig identifierare på alla papper.

Tillåtna hjälpmedel: Kursens formelblad i Sannolikhets-teori samt miniräknare.

**Resultatet läggs in i Ladok senast måndag den 6 november.**

- 
1. Hamlets roddbåt har en styrbordslanterna (grön) och en babordslanterna (röd)<sup>1</sup>. Han inspekterar dem med jämna mellanrum och byter ut trasiga lanternor. Han har noterat att styrbordslanternan behöver bytas ut vid 5 % av inspektionerna och babordslanternan vid 3 % av inspektionerna. Han har också konstaterat att vid 1 % av inspektionerna behöver han byta ut båda lanternorna.
    - (a) Beräkna sannolikhets-teori att Hamlet behöver byta ut *minst* en av lanternorna vid en inspektion. (3p)
    - (b) Beräkna den betingade sannolikhets-teori att han behöver byta ut styrbordslanternan, givet att han behöver byta ut *minst* en av lanternorna. (4p)
    - (c) Beräkna sannolikhets-teori att Hamlet behöver byta ut *precis* en av lanternorna vid en inspektion. (3p)
  2.
    - (a) Sannolikhets-teori att en viss typ av billig lysdiod är defekt är  $p = 0.20$  och olika lysdioder är defekta oberoende av varandra. Man väljer slumpmässigt ut  $n = 10$  lysdioder av denna typ. Beräkna sannolikhets-teori att *högst* en dem är defekt. (4p)
    - (b) Antalet hål på en viss typ av stålplatta kan anses vara Poissonfördelat med väntevärde  $\lambda = 2$ . Beräkna sannolikhets-teori att det inte finns några hål alls på en slumpmässigt vald stålplatta av denna typ. (3p)
    - (c) Livslängden hos en viss typ av bilbatteri varierar enligt en exponentialfördelning med väntevärde 4 år. Beräkna sannolikhets-teori att ett sådant bilbatteri håller i *minst* 5 år. (3p)
  3. Hos skruvar av typ A varierar hållfastheten (enhet: MPa) som  $\xi \in N(800, 50)$  medan den hos skruvar av typ B varierar som  $\eta \in N(900, 60)$ .
    - (a) Beräkna sannolikhets-teori att en skruv av typ A *inte* tål belastningen 650 MPa, dvs  $P(\xi < 650)$ . (4p)
    - (b) Beräkna sannolikhets-teori att en skruv av typ B tål minst 150 MPa högre belastning än en skruv av typ A, dvs  $P(\eta - \xi > 150)$ . (6p)
- 

**Fortsätter på nästa sida!**

---

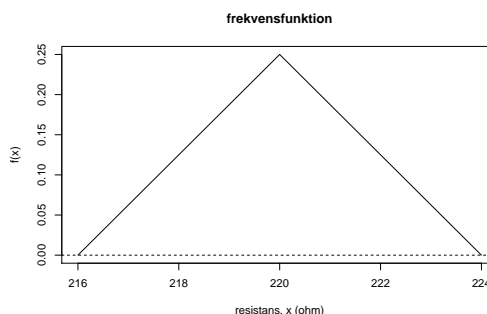
<sup>1</sup>Vi bortser från akterlanternan (vit).

4. På en arbetsplats finns tre gasoltuber. Antalet tuber,  $\xi$ , som används under en arbetsdag varierar slumpmässigt från dag till dag enligt följande fördelning:

$k:$	0	1	2	3
$P(\xi = k):$	0.1	0.3	0.5	0.1

- (a) Beräkna väntevärde,  $E(\xi)$ , varians,  $V(\xi)$ , och standardavvikelse för antalet gasoltuber som används en slumpmässigt vald arbetsdag. (5p)
- (b) Beräkna approximativt sannolikheten att man under ett år med 250 arbetsdagar använder mer än 425 gasoltuber. Man kan anta att antalet tuber man använder olika dagar är oberoende av varandra (och tömda tuber fylls på under natten). (5p)
5. Resistansen hos en viss typ av resistor varierar slumpmässigt enligt  $\xi$  (enhet:  $\Omega$ ) med frekvensfunktionen

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{16}(x - 216), & 216 < x \leq 220, \\ \frac{1}{16}(224 - x), & 220 < x \leq 224 \end{cases}$$



- (a) Beräkna sannolikheten att en slumpmässigt vald resistor har en resistans mellan 218 och 222  $\Omega$ , dvs  $P(218 < \xi < 222)$ . (5p)
- (b) Till en konstruktion behöver man en resistor som har en resistans mellan 218 och 222  $\Omega$ . Man plockar resistorer en i taget från ett stort lager, mäter deras resistans, och håller på tills man hittat en resistor som uppfyller kravet. Beräkna sannolikheten att man måste undersöka precis 3 resistorer. (5p)
6. (a) En vindmölleförening har två små vindkraftverk, Horatius och Gertrud. De står på olika platser och fungerar oberoende av varandra. Sannolikheten att ett visst vindkraftverk fungerar en viss dag är 0.90. När det fungerar ger Horatius effekten 200 kWh. Gertrud ger effekten 50 kWh när det fungerar. Beroende på vilka kraftverk som fungerar kan man alltså få fyra olika sammanlagda effekter,  $\xi$ : 0, 50, 200 eller 250 kWh. Beräkna väntevärdet,  $E(\xi)$ , av den sammanlagda effekten en viss dag. (6p)
- (b) I en ask ligger 5 träskruvar och 3 korkskruvar. Ofelia tar slumpmässigt, utan återläggning, upp 2 skruvar ur asken. Beräkna sannolikheten att hon får en skruv av var sort. (4p)

---

**Lycka till!**