

- Hjälpmedel: Formelblad
 - Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren ska förenklas maximalt
 - Skriv identifierare/namn på varje papper och **skriv ej på baksidan**
-

1. Bestäm

a) $\int (-5 \sin(x))^3 \cdot \cos(x) dx$ (0.3)

b) $\int \frac{1}{3 + x^2} dx$ (0.3)

c) $\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx$ (0.4)

2. a) Lös differentialekvationen

$$xy' + y = 2x, \quad x > 0. \quad (0.5)$$

b) Bestäm den lösning till

$$x^2 yy' = 1 + x^2$$

som går genom punkten $(x, y) = (2, 2)$. (0.5)

3. a) Beräkna volymen av den rotationskropp som genereras då området mellan x -axeln och kurvan

$$y = \sqrt{\frac{\ln(x)}{x}}, \quad 1 \leq x \leq 2$$

roteras kring x -axeln. (0.5)

b) Vid rotation kring y -axeln av området mellan kurvan

$$y = 1 - (x - 2)^2, \quad 1 \leq x \leq 3,$$

och x -axeln uppkommer en ringformad kropp. Beräkna volymen av denna kropp. (0.5)

4. a) Avgör om den generaliserade integralen

$$\int_9^\infty \frac{1}{x^{1/3} - 2} dx$$

är konvergent eller divergent. (0.5)

b) Beräkna med hjälp av Maclaurin-utvecklingar gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - \ln(1 + 4x) + 2x}{e^{4x^2} - 1} \quad (0.5)$$

Var god vänd!

5. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - 3y' - 4y = 5e^{-x} + 4x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1. \quad (1.0)$$

6. Funktionen u definieras som

$$u(x) = \int_0^x \frac{t}{\sin(t)} dt.$$

Beräkna

$$\int_0^{\pi/2} u(x) \cdot \cos(2x) dx \quad (1.0)$$

SLUT!