

- Hjälpmedel: Formelsamling
- Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren förenklas maximalt
- Skriv namn och personnummer på varje papper

DEL 1: 14.00 – 16.30

1. Bestäm

a) $\int_1^2 \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$ (0.3)

b) $\int \frac{x^3}{1+x^2} dx$ (0.4)

c) $\int x \sin(x^2) dx$ (0.3)

2. a) Utnyttja Maclaurinutvecklingar för att beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) + \ln(1+x) - (1+x)}{e^x - 1 - x} \quad (0.5)$$

b) Räkna ut volymen av den rotations kropp som uppkommer då området mellan kurvan $y = x\sqrt{x^3 + 1}$, $0 \leq x \leq 2$, och x -axeln roteras ett varv kring y -axeln. (0.5)

3. Lös differentialekvationen

$$y' - \frac{2y}{x} = \frac{5x}{x^2 + 2x + 5}, \quad x > 0,$$

för vilken gäller att $\frac{y(x)}{x^2} \rightarrow 0$ då $x \rightarrow \infty$. (1.0)

SLUT – DEL 1!

- Hjälpmedel: Formelsamling
- Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren förenklas maximalt
- Skriv namn och personnummer på varje papper

DEL 2: 17.00 – 19.30

4. a) Lös integralekvationen

$$y(x) = 3 + \int_0^x \frac{t+1}{y(t)} dt, \quad y > 0. \quad (0.6)$$

b) Avgör om den generaliserade integralen

$$\int_0^1 \frac{1}{x - \sin(x)} dx$$

är konvergent eller divergent. (0.4)

5. Lös ekvationen

$$y'' + 2y' + y = x + 3 + 2 \cos(x) \quad (1.0)$$

6. En maskin i en livsmedelsfabrik fyller en behållare med sylt. Påfyllnadshastigheten regleras så att nivån h stiger med en hastighet som är proportionell mot $\sqrt{H-h}$, där H är behållarens höjd. Vid ett tillfälle var nivån 19 cm. Efter 4 sekunder hade nivån stigit till 75 cm. Hur lång tid tog det att fylla hela den 1 meter höga behållaren? (1.0)

SLUT – DEL 2!