Matematik LTH
Helsingborg

Tentamensskrivning
Analys 2, FMAA50
2020-08-17 kl 14.00–19.00

Hjälpmedel: Formelblad.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt.
Skriv namn och personnummer på varje papper.

1. Bestäm

a) $\displaystyle\int x \cdot \cos(x)\,\mathrm{d}x.$ (0.3)

b) $\displaystyle\int x \cdot \cos\left(x^2\right)\mathrm{d}x.$ (0.3)

c) $\displaystyle\int_1^{64} \frac{3x + 5 \cdot \sqrt[3]{x}}{2\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x.$ (0.4)

2. a) Beräkna gränsvärdet $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^2 - \sin(x) \cdot \ln(1+x)}{x^3}.$ (0.5)

b) Lös integralekvationen $\displaystyle y(x) = \frac{3}{e} - \int_1^x 4t^3 \cdot y(t)\,\mathrm{d}t.$ (0.5)

3. Betrakta det begränsade området mellan x-axeln och kurvstycket

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}, \qquad 0 \le x \le 3.$$

a) Bestäm områdets area. (0.5)

b) Beräkna volymen av den kropp som bildas då området roterar kring x-axeln. (0.5)

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - 3y' - 4y = 4 - 10x \cdot e^{-x}, \qquad y(0) = y'(0) = \tfrac{1}{5}. \qquad (1.0)$$

5. Undersök om de generaliserade integralerna

$$\int_1^\infty \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x \qquad \text{och} \qquad \int_1^\infty \frac{1}{x^2+5x+6}\,\mathrm{d}x$$

är konvergenta. Bestäm vid konvergens också värdet på integralen. (1.0)

6. Låt f vara en deriverbar funktion, definierad på $]0, \infty[$, sådan att $f(1) = {}^2\!/\!_3$. Vidare gäller det, för varje $a > 0$, att tangenten till funktionskurvan $y = f(x)$ i punkten $(a, f(a))$ skär y-axeln i punkten $(0, f(a)^2)$. Bestäm funktionen f. (1.0)

SLUT!