

Hjälpmedel: Formelblad.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt. Skriv namn och personnummer på varje papper.

1. Bestäm

a) $\int \frac{x}{3+x^2} dx.$ (0.3)

b) $\int (\cos(5x))^2 dx.$ (0.3)

c) $\int_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx.$ (0.4)

2. Lös differentialekvationerna

a) $\frac{y'}{e^x + e^{2x}} = \frac{1}{y}, \quad y \neq 0, \quad y(0) = -2.$ (0.5)

b) $x \cdot y' - y = x^2 \cdot \sin(3x), \quad x > 0, \quad y(\pi/6) = \pi/3.$ (0.5)

3. Bestäm

a) $\int_e^{e^2} \frac{\ln(x)}{x} dx.$ (0.4)

b) $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 5e^x + 6} dx.$ (0.6)

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - 4y' + 4y = 12x^2 \cdot e^{2x}, \quad y(1) = 2e^2, \quad y'(1) = 6e^2. \quad (1.0)$$

5. En skål bildas genom att rotera kurvan $y = 4x^2$, $0 \leq y \leq 1$, kring y -axeln. Båda x och y mäts i meter. Skålen är helt fylld med en vätska. Vätskans densitet på höjden y från skålens botten är $8 - 5y^3$ kg/m³. Bestäm vätskans totala massa. (1.0)

6. Låt $y(x)$ vara lösningen till integralekvationen

$$y(x) = x + \int_0^x \sin(y(t)) dt.$$

Bestäm Maclaurinpolynomet av ordning 3 till $y(x)$. (1.0)

SLUT!