

Hjälpmedel: Formelblad.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt. Skriv namn och personnummer på varje papper.

1. Bestäm

a) $\int \frac{1}{x^2 + 9} dx.$ (0.2)

b) $\int \frac{x}{x^2 + 9} dx.$ (0.2)

c) $\int \frac{x^2}{x + 9} dx.$ (0.3)

d) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cdot \sin(x) dx.$ (0.3)

2. a) Beräkna rotationsvolymen som uppstår då kurvan $y = \sin(3x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$, roterar kring x -axeln. (0.5)

b) Ange Taylorpolynomet av ordning 2 kring $x = 1$ till funktionen $f(x) = \sqrt{1 + 3x}$. (0.5)

3. Lös differentialekvationerna

a) $2x\sqrt{x} \cdot y' = e^{2y}$, $y(4) = 0.$ (0.5)

b) $x \cdot y' = x \cdot \ln(x) - y.$ (0.5)

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - 3y' + 2y = 4x^2 \cdot e^{3x}, \quad y(0) = 7, \quad y'(0) = 14. \quad (1.0)$$

5. Undersök om de generaliserade integralerna

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3 + x} dx \quad \text{och} \quad \int_0^1 \frac{1}{x^3 + x} dx$$

är konvergenta. Bestäm vid konvergens också värdet på integralen. (1.0)

6. En oändlig stor behållare innehåller 20 liter utspädd syralösning (1%). Behållaren tillförs nu koncentrerat syra (99%) med hastigheten 3 ℓ /min. Samtidigt avtappas behållaren med hastigheten 1 ℓ /min. Under förloppet sker kontinuerlig perfekt omröring i behållaren. När blir koncentrationen av syra i behållaren 49%? (1.0)

SLUT!