

Hjälpmedel: Formelblad.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt. Skriv namn och personnummer på varje papper.

1. Bestäm

a)  $\int x \cdot (3x^2 + 4)^6 dx.$  (0.2)

b)  $\int \frac{16}{x^2 - 16} dx.$  (0.4)

c)  $\int_1^e x^3 \cdot \ln(x) dx.$  (0.4)

2. a) Bestäm arean av det begränsade område i  $xy$ -planet som innesluts av kurvorna  $y = x^2 - 4$  och  $y = -x^2 + 2x$ . (0.5)

b) Beräkna volymen av rotationskroppen som skapas då kurvstycket  $y = x + \sqrt{x}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , roterar runt  $x$ -axeln. (0.5)

3. a) Lös differentialekvationen  $x^2 y' + xy = \frac{6x^2}{x^2 + 1}$  för  $x > 0$  med villkoret  $y(1) = \ln(8)$ . (0.5)

b) Lös integralekvationen  $f(x) = -1 + \int_0^x f(t) \cos(t) dt$ . (0.5)

4. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x) - 3 \ln(1 + x)}{1 - \cos(x)} \quad (0.5)$$

b) Avgör om den generaliserade integralen  $\int_3^\infty \frac{1}{x + e^{-x}} dx$  är konvergent. (0.5)

5. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - y' - 2y = (12x - 1) \cdot e^{-x}, \quad y(0) = y'(0) = 1. \quad (1.0)$$

6. Från en nyupptäckt naturgasficka beräknas man efter  $t$  dagar kunna utvinna gas med en hastighet av  $400 \cdot e^{-0.05t}$  kubikmeter per dag, och då beräknas gaspriset vara  $100 + 0.4t$  dollar/kubikmeter. Om gasen säljs i samma ögonblick som den utvunnits, hur stor blir den totala inkomsten från fyndigheten, om vi antar att den används i all evighet? (1.0)

**SLUT!**