**Lunds Tekniska Högskola**
**Matematik**
**Helsingborg**

**Tentamensskrivning**
**Analys 2, FMAA50**
**2019-08-19 kl 8.00–13.00**

Hjälpmedel: Formelblad.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt.
Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
På omslaget måste du skriva med bläck.

**1.** Bestäm

**a)** $\displaystyle\int e^{\sin(x)} \cdot \cos(x)\,\mathrm{d}x.$ (0.2)

**b)** $\displaystyle\int_0^1 \frac{4x^2}{2x+1}\,\mathrm{d}x.$ (0.4)

**c)** $\displaystyle\int \sin^5(x)\,\mathrm{d}x.$ (0.4)

**2.** Lös differentialekvationerna

**a)** $\displaystyle\frac{y'}{\cos(x)} = -2\sqrt{y}, \qquad y(0) = 1.$ (0.5)

**b)** $\displaystyle x^2 \cdot y' + x \cdot y = \frac{3}{\sqrt{x}}.$ (0.5)

**3. a)** En tråd är spänd mellan punkterna 0 och 3 på $x$-axeln (enhet m). Trådens densitet ges av $\rho(x) = (2x+1) \cdot e^x$ kg/m. Bestäm trådens totala massa. (0.5)

**b)** En formgivare utformar det perfekta glaset genom att låta kurvstycket $y = x^2/4$, $0 \leq x \leq r$ rotera kring $y$-axeln. Bestäm konstanten $r$ så att volymen av glaset är 200. (0.5)

**4. a)** Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x \cdot (1+x^2) - 1 - x}{1 - \cos(x)} \qquad (0.5)$$

**b)** Avgör om den generaliserede integralen $\displaystyle\int_3^\infty \frac{1}{x^2+2x}\,\mathrm{d}x$ är konvergent. Beräkna i så fall integralens värde. (0.5)

**5.** Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - 2y' + 10y = (10x - 8) \cdot e^{2x}, \qquad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4. \qquad (1.0)$$

**6.** Ett nytt olympisk simmbassäng är 50 m långt, 25 m bredd och 2 m djupt. Av misstag hälls första dagen 10 $\ell$ klor i bassänget. Bassänget rensas genom varje dygn tappa bort 1000 $\ell$ vatten som ersättas med rent vatten. Hur lång tid går det förra klorhalten är sjunkit till $2 \times 10^{-4}\,\%$ som anses vara hygieniska gränsvärdet? (1.0)

# SLUT!