

Hjälpmedel: Formelblad.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt. Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.

På omslaget måste du skriva med bläck.

1. a) Bestäm $\int \frac{x^5 + 3}{x^2} dx$. (0.2)

b) Bestäm $\int x \cdot \sin(x) dx$. (0.3)

c) Beräkna $\int_0^1 \frac{5x + 13}{(x + 2)(x + 3)} dx$. (0.5)

2. a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \arctan(x)}{x(1 - \cos(x))}$. (0.6)

b) En funktion $f(x)$ har följande Maclaurinpolynom av ordning 5

$$p_5(x) = 1 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{5}{32}x^4 - \frac{1}{12}x^5.$$

Vad är $f'(0)$ och $f^{(5)}(0)$? (0.4)

3. a) Bestäm arean av det begränsade område i xy -planet som innesluts av kurvorna $y = x$ och $y = 2 - x^2$. (0.5)

b) Lös differentialekvationen

$$(x^2 + 1) \cdot y' + 2xy = x, \quad y(0) = 3. \quad (0.5)$$

4. Lös differentialekvationen $y'' - 4y' + 5y = 8 \sin(x)$ med begynnelsevillkoren $y(0) = 1$ och $y'(0) = 2$. (1.0)

5. Avgör om de generaliserade integralerna

$$\int_e^\infty \frac{1}{x \cdot (\ln(x))^2} dx \quad \text{och} \quad \int_e^\infty \frac{1}{x - \ln(x)} dx$$

är konvergenta. Beräkna integralernas värde i fall de är konvergenta. (1.0)

6. Beräkna största och minsta värde för funktionen

$$F(x) = \int_0^x \frac{1 - t}{(t^2 + 1)(t + 1)} dt, \quad 0 \leq x \leq 2. \quad (1.0)$$

SLUT!