

Hjälpmedel: FORMELBLAD.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

Skriv **anonymkod** (eller namn om du saknar kod) på varje papper.

På **omslaget** måste du skriva **med bläck**.

1. Beräkna

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{2x}$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{\arctan x}$ (0.2/st)

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 3^x}{1 - 3^x + x^3}$ e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 3^x}{1 - 3^x + x^3}$

2. a) Beräkna $(\sqrt{3} - i)^{12}$. Svara på formen $a + ib$. (0.5)

b) Lös ekvationen $z^2 + 6iz - 1 - 6i = 0$. (0.5)

3. a) Vad är koefficienten för x^9 i polynomet $\left(4 - \frac{1}{2}x\right)^{14}$? (0.5)

b) Är någon av serierna $\sum_{k=1}^{\infty} 2^{3k}$ och $\sum_{k=1}^{\infty} 3^{-2k}$ konvergent? (0.5)

Beräkna i så fall dess summa.

4. Bestäm eventuella asymptoter och lokala extrempunkter (1.0)

till funktionen $y = \frac{x - 3x^2}{x + 2}$.

Ledning: $\sqrt{\frac{14}{3}} \approx 2,16$

5. a) Lös ekvationen $f'(x) = 0$ där $f(x) = x - 3\sin x - \frac{\sin 2x}{2} - \pi$. (0.5)

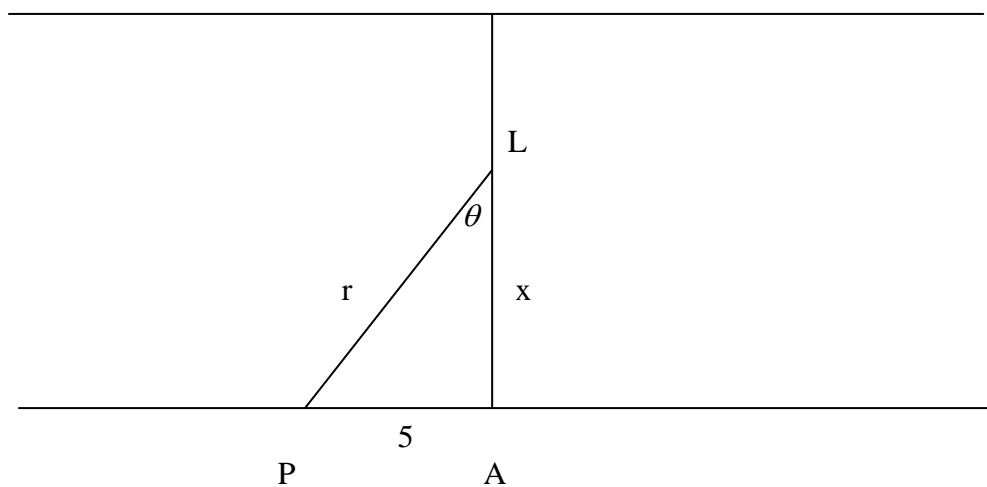
b) Bestäm ekvationen för tangenten och normalen till kurvan (0.5)

$y = 1 + (2 + x) \cdot \arctan 3x$ i punkten med x-koordinaten 0.

VAR GOD VÄND!

6. Hur högt över golvet ska en lampa L hänga för att få maximal belysning i punkten P (se figur)? Belysningen i P är proportionell mot $\cos \theta$ och omvänt proportionell mot kvadraten på avståndet till lampan. Avståndet från punkten P till A är 5 m. (1.0)

Ledning: Använd gärna x som variabeln.



Lycka till!