

Hjälpmedel: FORMELBLAD.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

Skriv **anonymkod** (eller namn om du saknar kod) på varje papper.

På omslaget måste du skriva **med bläck**.

1. Beräkna

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\cos x}$ (0.2)

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3^x}{2^x + x^4 - 3^x + \pi}$ (0.2)

c) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2t)}{\ln(1+3t)}$ (0.3)

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4} - x \right)$. (0.3)

2. a) Bestäm absolutbelopp och argument av talet $\frac{(-2+2i) \cdot (1-i)}{4i \cdot (\sqrt{3}+i)}$. (0.4)

b) Ange ett fjärdegradspolynom med reella koefficienter som har nollställen $z = 2i$ och $z = 1+i$. (0.6)

3. a) Lös ekvationen $(f'(x))^2 - \frac{8}{f'(x)} = 0$ om $f(x) = x \ln x - x$. (0.5)

b) Bestäm **normalen** till kurvan $y = 2x + \arctan 2x$ i punkten med x-koordinaten $1/2$. (0.5)

4. a) Beräkna summan $\sum_{k=2}^{\infty} 3^{-k}$. (0.3)

b) Vad är koefficienten för x^5 i polynomet $(2-x)^{12}$? (0.3)

c) Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ till funktionen $f(x) = \sqrt{5x+1}$, $0 \leq x \leq 3$. (0.4)
Ange inversens definitionsmängd.

5. Bestäm eventuella asymptoter och lokala extrempunkter

till funktionen $y = \frac{x^3}{3-x^2}$. Skissera kurvan. (1.0)

Var god vänd!

6. En bil beger sig vid en viss tidpunkt ($t = 0$) från Göteborg (punkt A) i riktning söderut mot Helsingborg (punkt B). Samtidigt avgår ett tåg från Helsingborg i riktning mot Klippan (punkt C). Bilens hastighet är 80 km/h och tågets hastighet (p.g.a. elektriska problem) är 50 km/h. Avståndet mellan Göteborg och Helsingborg antas vara 200 km. Vinkeln mellan BA och BC är 60° . Bestäm tidpunkten vid vilken avståndet mellan bilen och tåget är som minst. (1.0)

Ledning: Använd cosinussatsen $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$

Lycka till!