

Hjälpmedel: FORMELBLAD.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.
Alla svar ska förenklas maximalt.

Skriv namn och personnummer på varje papper.

DEL 1 8:00-10:30

1. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 4x - 2}{x^6 - x^3 + 4e^x}$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 4x - 2}{x^6 - x^3 + 4e^x}$, c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(8x)}{2x}$, (0.2/st)

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{3x}$, e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

2. a) Beräkna den geometriska summan $\sum_{k=2}^{21} 2^{-k}$. (0.3)

b) För vilka x är serien $\sum_{k=2}^{\infty} (2x)^k$ konvergent? (0.4)

Beräkna seriens summa för dessa x .

c) Utveckla $\left(\frac{2}{x} + x\right)^5$ med hjälp av binomialsatsen. (0.3)

3. Bestäm eventuella asymptoter och lokala extrempunkter (1.0)

till funktionen $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x-2}$. Skissera kurvan.

DEL 2 11:00-13:30

4. a) Beräkna z^3 om $z = 2 \cdot e^{i4\pi/3}$. Svara på formen $a + ib$. (0.3)

b) Beräkna absolutbelopp och argument av $z = \frac{(1+i) \cdot 2i}{\sqrt{3}-i}$. (0.3)

c) Ange på formen $a + ib$ lösningen till ekvationen $z^2 = 12i - 5$. (0.4)

5. a) Bestäm **normalen** till kurvan $y = (x^3 + 1) \cdot e^{-x} + 3$ i punkten med x-koordinaten 0. (0.5)

b) Lös ekvationen $f'(x) = 0$ om $f(x) = (\ln(x^2 - 15))^2$. (0.5)

6. Energiförbrukningen E under flygning ($\text{Jg}^{-1}\text{km}^{-1}$) har uppmätts för en australiensisk fågelart (*Melopsittacus undulatus*). E beror av fågelns fart enligt följande uttryck:

$$E(v) = k \cdot \frac{1}{v} \left((v - 35)^2 + 296 \right) \text{ där } k \text{ är en konstant och } v \text{ är farten i km/h.}$$

Vilken fart är den mest energiekonomiska, d v s för vilket värde på v är energiförbrukningen lägst.

Ledning: $\sqrt{1521} = 39$.

Slut!