

Hjälpmedel: FORMELBLAD.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Beräkna

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin 3x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{x} + \arctan 2x \right)$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{4x}$ (0.2/st)

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^5 + 6^x}{x^{21} + 3x + 5 \cdot 6^x}$ e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{6n} \right)^{2n}$

2. a) Beräkna absolutbelopp av $z = \frac{(3+4i) \cdot (2-i)^2}{(5i)^3}$. (0.3)

b) I vilket tal övergår vektorn $z = \sqrt{3} - i$ om den vrids vinkeln $\frac{\pi}{2}$ (0.2)

i positiv led (moturs)? Svara på formen $a + ib$.

c) Lös ekvationen $z^3 = 1 + i$. Svara på polär form. (0.5)

3. a) Är funktionen $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$ kontinuerlig? (0.2)

b) Utveckla $(2x-1)^6$ med hjälp av binomialsatsen. (0.3)

c) Beräkna $\sum_{k=2}^{\infty} 3^{-k} + \sum_{k=0}^8 2 \cdot 3^k$. (0.5)

4. a) Bestäm **and**raderivat av $y = \tan x$. (0.3)

b) Derivera $y = \ln \frac{x^2 \cdot e^x}{\sqrt{2x-3}}$. (Tänk först!) (0.3)

c) Bestäm ekvationen för **tangenten** till ellipsen (0.4)

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ i punkten med koordinaterna $\left(3, \frac{8}{5} \right)$.

Ledning: Du kan derivera implicit

Var god vänd!

5. Bestäm lokala extrempunkter och eventuella asymptoter till funktionen $y = \frac{x^2}{16 - 4x}$. Rita kurvan. (1.0)

6. En rektangel med sidorna a cm och b cm har omkretsen 24 cm. Om rektangeln får rotera kring en av sina sidor bildas en cylinder med volymen V cm³. Bestäm den största volym som cylindern kan anta. (1.0)

SLUT!