

Hjälpmedel: FORMELBLAD.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.  
Alla svar ska förenklas maximalt.

Skriv namn och personnummer på varje papper.

**DEL 1 8:00-10:30**

1. Beräkna

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5 \cdot 2^x + 3}{x^{15} + 2^x}$  (0.2)

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{e^{5x} - 1}$  (0.2)

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x})$  (0.3)

d)  $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k$  (0.3)

2. a) Skriv det komplexa talet  $2 - 2\sqrt{3}i$  på polär form. (0.3)

b) Bestäm absolutbeloppet av  $\frac{(1-i)^2 \cdot (\sqrt{3}+i)}{(\sqrt{27}-3i)}$ . (0.3)

c) Lös ekvationen  $z^2 + 2 + 4i = 10 - 2i$ . (0.4)

3. a) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan  $y = e^{x^2}$  ( $x > 0$ ) i punkten med **y-koordinaten**  $e$ . (0.4)

b) Bestäm största och minsta värden för den kontinuerliga funktionen  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ ,  $e^{-1} \leq x \leq e^3$ . (0.6)

## DEL 2 11:00-13:30

4. Derivera och förenkla

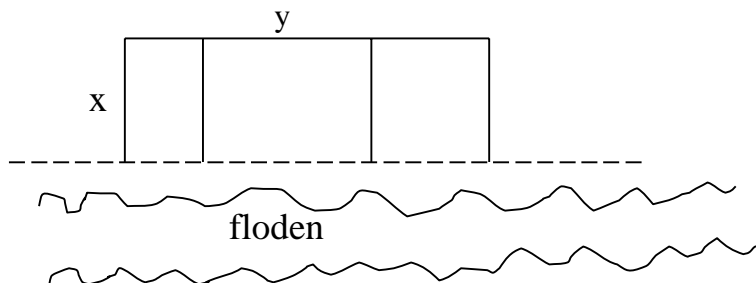
a)  $\arctan(3x)$  (0.2)      b)  $\frac{2}{x^2} + \frac{x^2}{2}$  (0.2)

c)  $(2-x)^2 \cdot \cos x + 2x \cdot \sin x$  (0.3)      d)  $(e^{5x} + x)^3$  (0.3)

5. Bestäm asymptoter och lokala extrempunkter till funktionen  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ . (1.0)

Skissera kurvan.

6. Man vill sätta upp ett staket vid en flodstrand på så sätt att det bildas tre rektangulära fält. Ett staket parallellt *med* floden och fyra vinkelrätt *mot* floden. De tre fältens sammanlagda area ska vara  $6400 \text{ m}^2$ . Hur långt ska den med floden parallella delen av staketet vara, för att staketets totallängd ska bli så liten som möjligt? (1.0)



**SLUT!**