

Hjälpmedel: FORMELBLAD.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar.
Alla svar ska förenklas maximalt.

Skriv namn och personnummer på varje papper.

DEL 1 14:00-16:30

1. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\cos 3x}$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sin 3x}$, c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^x - x + 1}{x^7 + 7^{x+1}}$, (0.2/st)

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 1})$, e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4n}\right)^{2n}$.

2. a) Beräkna och förenkla $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{3}{7}\right)^k$. (0.3)

b) Vad är koefficienten för x^5 i polynomet $(2+x)^{12}$? (0.3)

c) Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ till funktionen $f(x) = \sqrt{5x+1}$, $0 \leq x \leq 3$. (0.4)
Ange inversens definitionsmängd.

3. Bestäm eventuella asymptoter och lokala extrempunkter (1.0)

till funktionen $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x - 2}$. Skissera kurvan.

DEL 2 17:00-19:30

4. a) Beräkna absolutbeloppet och argumentet av $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{-3i \cdot (2+2i)}$. (0.5)

b) Lös ekvationen $z^2 + 2iz = -6 - 24i$. (0.5)

5. a) Beräkna $f''(1)$ om $f(x) = 2\sqrt{x} + \arctan 2x$. (0.5)

b) Bestäm största och minsta värdet till funktionen (0.5)

$$f(x) = \ln x + \frac{e}{x} \text{ i intervallet } [1, e^2].$$

6. Man gjuter en rektangulär vattenreservoar med konstant djup (1.0)

med volymen 972 m^3 . Reservoarens ena sida är dubbelt så lång som den andra. Bestäm dimensionerna så att arean av reservoarens insida (inklusive botten) blir minimal.

Anmärkning: $729 = 9^3$.

Slut!