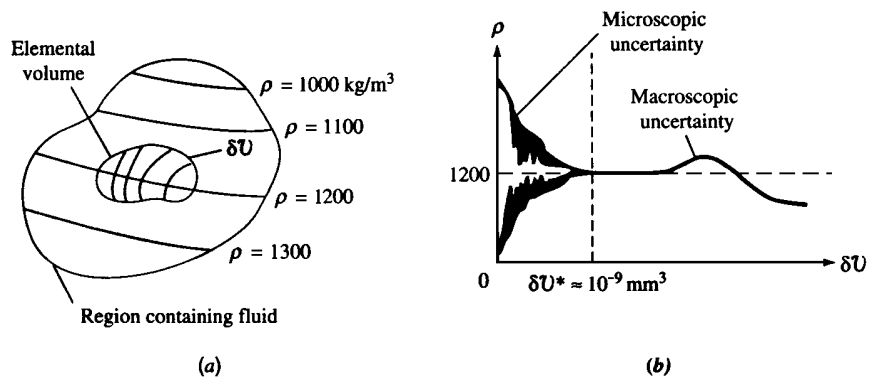


KONTINUUMSHYPOTESEN

Fysikaliska egenskaper antas fördelade i rummet. Varje punkt har ändliga värden på hastighet, temperatur, tryck, o.s.v. Egenskaper tillåts vara diskontinuerliga över ytor, t.ex. fasgränser och kompressionsstötar (*Euler*¹ 1755).

Fig. 1.4 The limit definition of continuum fluid density: (a) an elemental volume in a fluid region of variable continuum density; (b) calculated density versus size of the elemental volume.



Densitet (massa per volymsenhet):
$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V^*} \frac{\delta m}{\delta V}$$

För gaser kring normaltillstånd och för alla vätskor ligger *kontinuumsgränsen* (δV^*) vid ca. 10^{-9} mm^3 , ca. en mikrometer i kubik. För luft vid (1 atm, 20°C) innehåller denna volym ca. 30×10^6 molekyler. För extremt förtunnade gaser, t.ex. luften i atmosfärens yttersta delar, blir den tänkta volymen δV^* så stor (i förhållande till en tänkt omströmmad kropp) att gasen inte längre kan betraktas som ett *kontinuum*. Alla fluider i denna kurs uppfyller fordringarna för ett kontinuerligt medium.

Med det makroskopiska synsättet kan alla storheter, inklusive dess derivator, sägas ha entydiga värden i varje punkt.

Fluidpartikel (fluidelement) = liten tänkt partikel (ansamling av fluid) med bestämd massa över vilken fysikaliska egenskaper enligt ovan kan definieras.

¹Leonhard Euler, *15/4 1707, Basel, Schweiz †18/9 1783, St. Petersburg, Ryssland.

STRÖMNINGSLÄRA = FLUIDDYNAMIK

En fluid är en substans (ett medium) som vid godtyckligt liten skjuvbelastning deformeras kontinuerligt.

Inga skjuvkrafter är möjliga för en fluid i vila.

$$\boxed{\text{Fluid} = \text{gas eller vätska}}$$

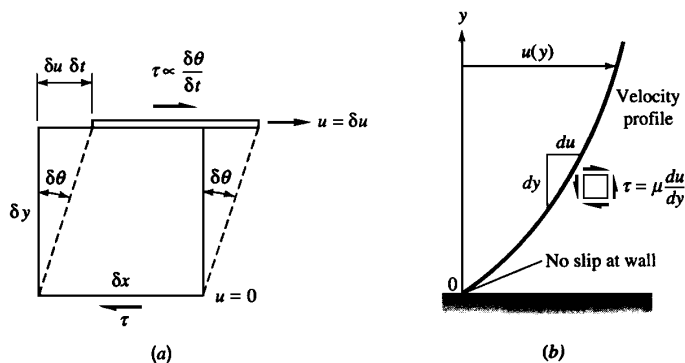
I motsats till en fluid kan en fast kropp (en solid) motstå skjuvbelastning genom statisk deformation. I en solid är molekylerna hela tiden i närheten av sina grannar. I en fluid kan molekylerna röra sig mer eller mindre fritt. Om en fluid utsätts för minsta lilla skjuvverkan uppstår tidsberoende deformation, rörelse, strömning.

NEWTONSK FLUID

Newton² 1687 (Principia, Book II, Section IX):

The resistance arising from the want of lubricity in the parts of a fluid is, other things being equal, proportional to the velocity with which the parts of the fluid are separated from one another.

Fig. 1.6 Shear stress causes continuous shear deformation in a fluid: (a) a fluid element straining at a rate $\delta\theta/\delta t$; (b) newtonian shear distribution in a shear layer near a wall.



$$\tau \propto \frac{\delta u}{\delta y} \Rightarrow \tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{dynamisk viskositet } \mu)$$

En fluid där viskösa spänningar i olika plan är proportionella mot deformationshastigheter i dessa plan kallas en **Newtonsk fluid**.

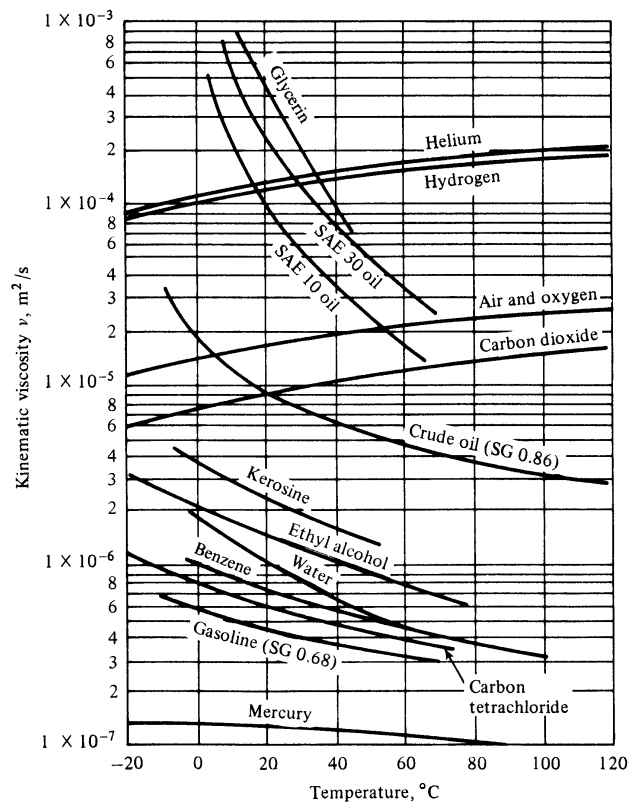
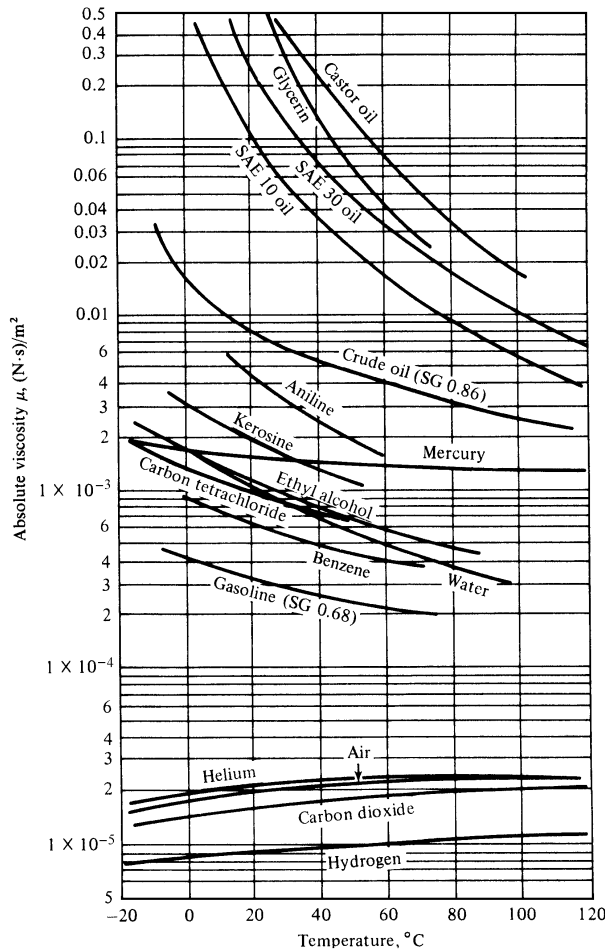
²Isaac Newton, *25/12 1642 (OS), Woolsthorpe, Lincolnshire; †20/3 1727 (OS), Kensington, London.

DENSITET OCH VISKOSITET

Enhetligt ämne i en fas

$$\rho = \rho(p, T), \mu = \mu(p, T), \nu = \mu/\rho = \nu(p, T)$$

Tryckets inverkan på μ kan oftast försummas, $\mu \simeq \mu(T)$



- Vatten ($0^\circ\text{C} \leq T \leq 100^\circ\text{C}$)

$$\rho = 1000. - 0.0178 |T(^\circ\text{C}) - 4.0|^{1.7} \quad [\text{kg}/\text{m}^3]$$

$$\ln \mu/\mu_0 = -1.704 - 5.306 z + 7.003 z^2,$$

$$z = 273.15/T(\text{K}), \mu_0 = 1.788 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

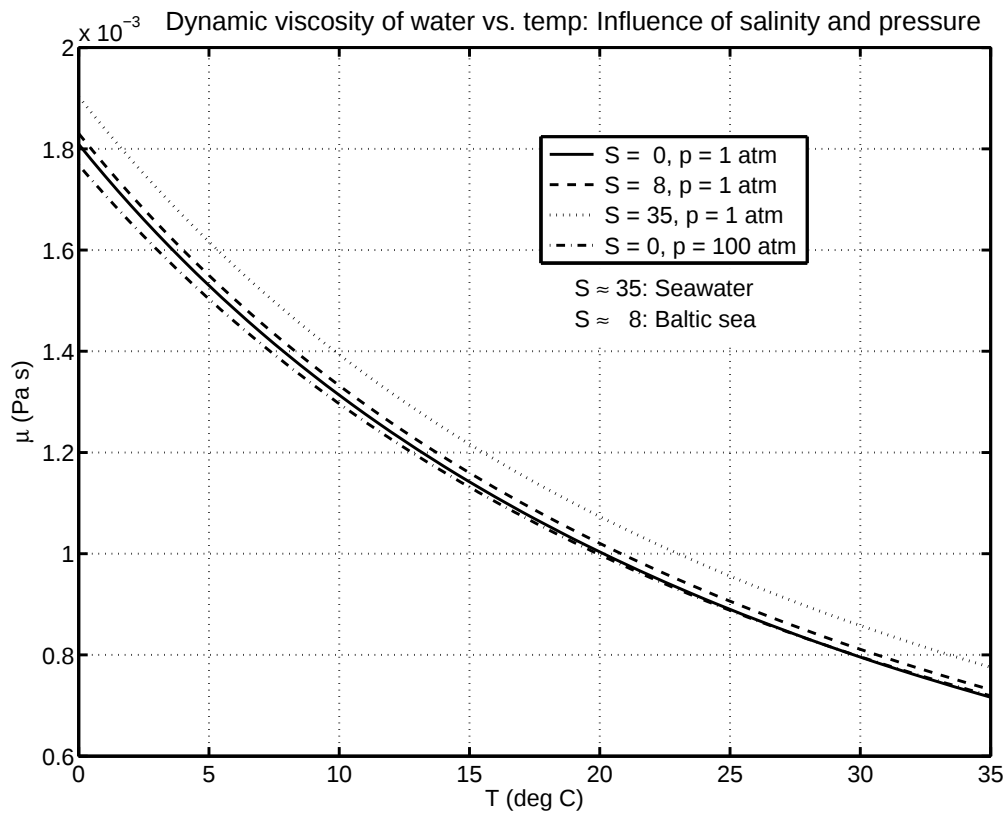
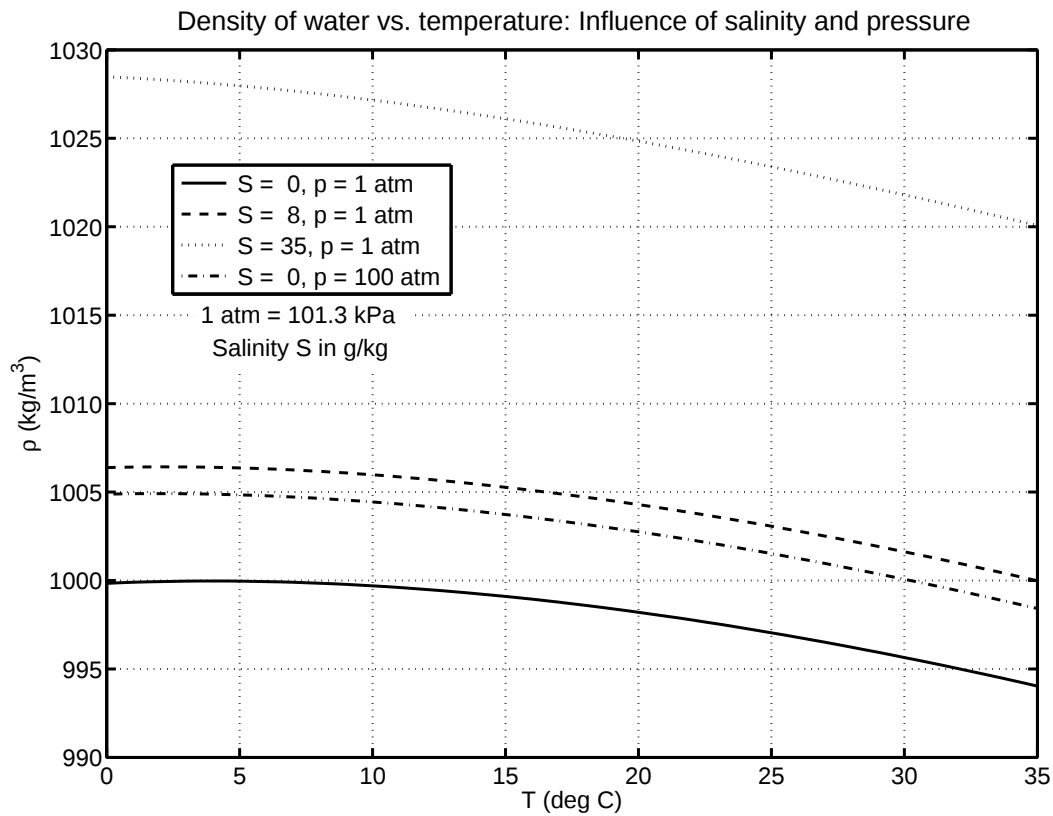
- Torr luft ($-40^\circ\text{C} \leq T \leq 250^\circ\text{C}, p < 1.5 \text{ MPa}$)

$$\rho = p/(RT), R = 287.0 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

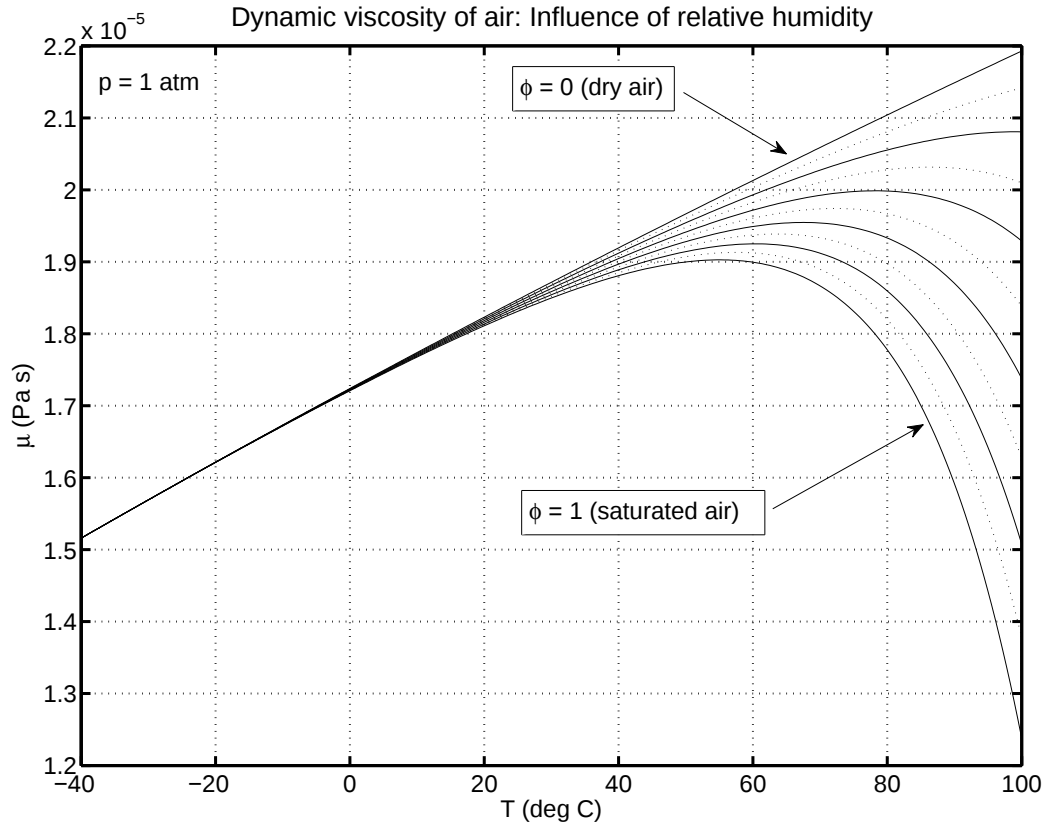
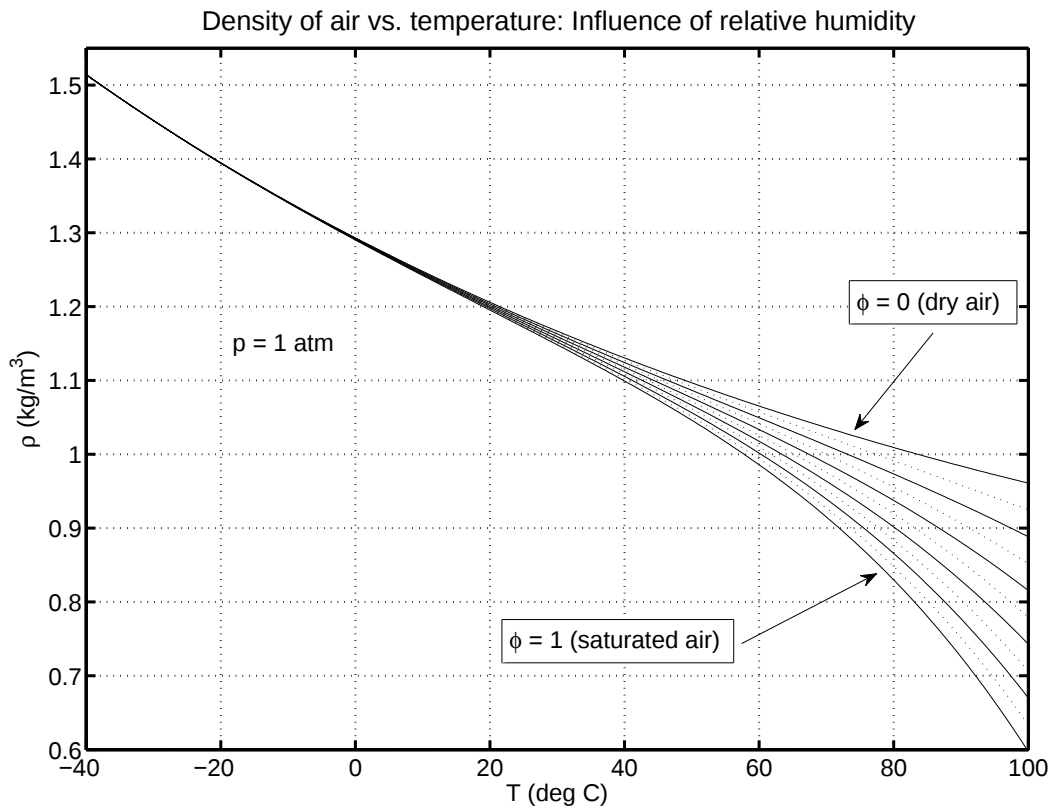
$$\mu/\mu_0 = (T/T_0)^{3/2} (T_0 + C)/(T + C), T_0 = 273.15 \text{ K},$$

$$C = 110.4 \text{ K}, \mu_0 = 17.23 \times 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

VATTEN: SALTHALT OCH TRYCK



FUKTIG LUFT: DENSITET OCH VISKOSITET



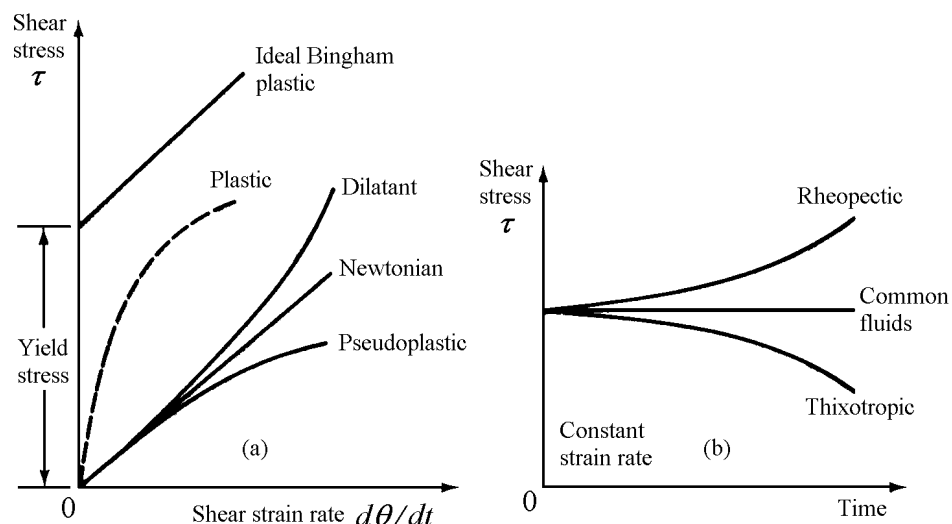
ICKE-NEWTONSKA VÄTSKOR

Newtonska medier: entydigt linjärt samband mellan viskösa spänningar och deformationshastigheter; ex. skjuvning mellan två stora plan $\Rightarrow \tau = \mu \dot{\theta}$. Gäller *alla* gaser vid låga till måttliga tryck samt de flesta vätskor (med låga molekyylvikter).

Fyra huvudtyper av icke-Newtonskt uppträdande:

1. Icke-linjärt samband $\tau = f(\dot{\theta})$; *dilatanta* (hårdnande), ex. våt sand, stärkelse i vatten; *pseudoplastiska* (mjuknande), ex. tandkräm, pappersmassa, vissa smörjoljor och lim.
2. Kombination elasticitet – viskösa effekter (*viskoelasticitet*), ex. asfalt, salva; Binghamämne: som en solid upp till en kritisk skjuvning (flytgräns), därefter som en fluid, ex. gyttja.
3. Tidsberoende deformation — minneseffekter. Ex. $\dot{\theta} = konst.$ $\Rightarrow \tau$ tidsberoende; *reoeptiska*: τ ökar med tiden, ex. gips uppblandat i vatten; *tixotrop*: τ minskar med tiden, ex. ketchup, honung, majonäs och viss sorts färg.
4. Skjuvning $\Rightarrow$ normalspänningar, ex. Barus degeffekt.

Fig. 1.9
Rheological behavior of various viscous materials: (a) stress versus strain rate; (b) effect of time on applied stress.



Icke-Newtonskt uppträdande erhålles nästan alltid i smältor eller i lösningar av ämnen med mycket hög molekyylvikt (polymerer); även många suspensioner ("slurries") och andra flerfasblandningar, ex. blod, lera uppslammat i vatten, blandningar av råolja och naturgas.

STRÖMLINJER, STRÅKLINJER, ...

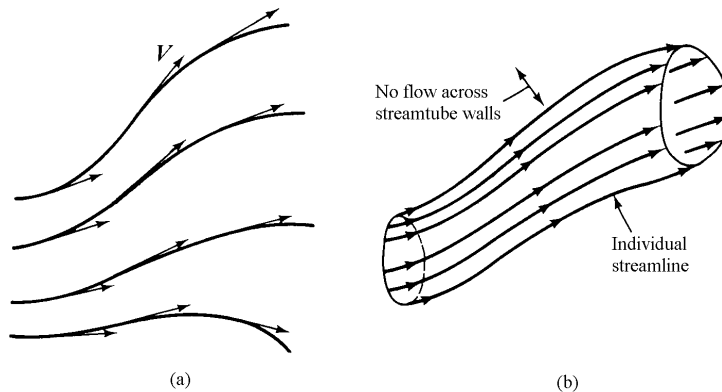
Hastighetsvektor $\mathbf{V} = \mathbf{V}(\mathbf{x}, t) = (u, v, w)$

- En **strömlinje** (eng. *streamline*) är en linje som överallt har hastighetsvektorn som tangentvektor.

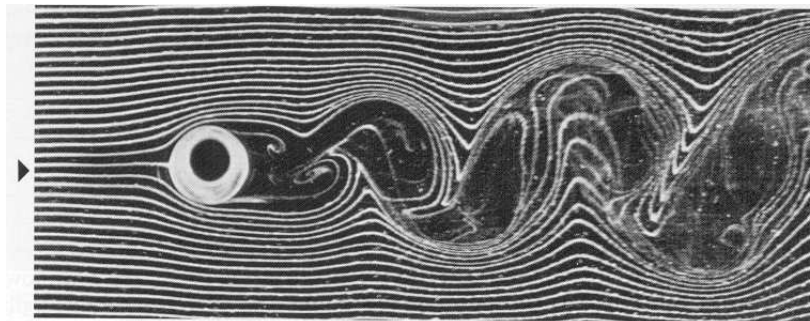
$$d\mathbf{x} \times \mathbf{V} = \mathbf{0} \Rightarrow \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

De strömlinjer som passerar igenom en tänkt sluten kurva i rummet bildar ett s.k. **strömrör** (eng. *streamtube*).

Fig. 1.16
The most common method of flow-pattern presentation:
(a) streamlines are everywhere tangent to the local velocity vector;
(b) a streamtube is formed by a closed collection of streamlines.



- En **stråklinje** (eng. *streakline*) är lokus för fluidpartiklar som tidigare (i tät följd) passerat en viss punkt i hastighetsfältet.



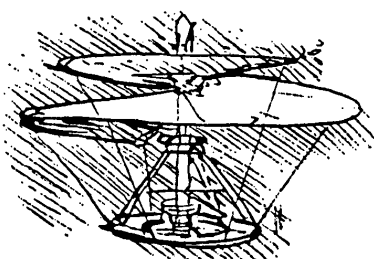
Stråklinjer. Strömning kring en cylinder, $Re = 170$ (Y. Nakayama 1988).

- En **partikelbana** (eng. *pathline*) är den faktiska bana som en fluidpartikel följer.
- En **tidslinje** (eng. *timeline*) är lokus för de fluidpartiklar som vid en viss tidigare tidpunkt låg längs en viss linje.

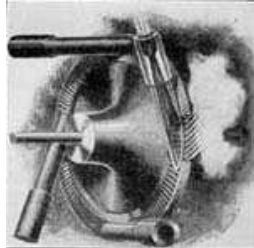
Stationär strömning $\Rightarrow$

strömlinjer, stråklinjer och partikelbanor identiska.

HISTORIK — KRONOLOGI

År	Namn	Bidrag
250BC	Archimedes av Syracuse, It.	Flytkraft
1500	Leonardo da Vinci, It.	Kontinuitetsekvationen, m.m.
  		
1612	Galileo Galilei, It.	Hydrostatik
1643	Evangelista Torricelli , It.	Teorem, manometer
1663	Blaise Pascal , Fr.	Tryck- och kapillärkrafter
1686	Edmé Mariotte , Fr.	Strömningskrafter (exp.)
1687	Isaac Newton , Br.	Viskositet, $F \propto \rho V^2 A$
1732	Henri de Pitot , Fr.	Pitotröret
1738	Daniel Bernoulli , Hol.	<i>Hydrodynamica</i>
1752	Jean le Rond d'Alembert , Fr.	Paradox, strömlinje
1755	Leonhard Euler , Sch.	Kontinuumsmekanik
1768	Antoine de Chézy , Fr.	Släta och skrovliga kanaler (exp.)
1781	Joseph L. de Lagrange , Fr.	Matematiska hjälpmedel
1797	Giovanni B. Venturi , It.	Flödesmätare
1800	Charles A. de Coulomb , Fr.	$F \propto \mu V, \propto \rho V^2$ (exp.)
1809	Sir George Cayley , Br.	Aerodynamik (exp.), flygteori
1816	Pierre S. Marquis de Laplace , Fr.	Matematiska hjälpmedel
1827	Claude L. M. -H. Navier , Fr.	Friktionsbehäftad strömning
1836	John Ericsson , Sv.	Fartygspropeller, skoveltyp
1839	Gotthilf H. L. Hagen , Ty.	Lam/turb rörströmning
1840	Jean L. M. Poiseuille , Fr.	Laminär rörströmning
1845	Sir George G. Stokes , Br.	Navier-Stokes ekvationer
1852	Ferdinand Reech , Fr.	Strömning med fria vätskeytor
1855	Julius Weisbach , Ty.	Hydraulik
1858	Hermann L. F. v. Helmholtz , Ty.	Matematiska hjälpmedel
1860	Georg F. B. Riemann , Ty.	Gasdynamik
1867	William J. M. Rankine , Br.	Våg- och gasdynamik
1869	Lord Kelvin , Br.	Matematiska hjälpmedel, m.m.
1872	William Froude , Br.	Ytfriktion, str. m. fria vätskeytor
1877	Joseph V. Boussinesq , Fr.	Turbulent viskositet

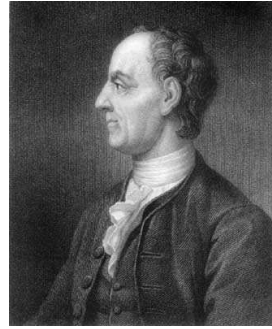
HISTORIK — KRONOLOGI ...

År	Namn	Bidrag	
1878	Čeněk Strouhal , Tj.	Virveltoner	
1880	Lord Rayleigh , Br.	Stabilitet, dim. analys, m.m.	
1883	Osborne Reynolds , Br.	Omslag till turbulens	
1885	Horatio Phillips , Br.	Första vindtunneln	
1887	Ernst Mach , Ös.	Kompressibel strömning	
1887	Pierre H. Hugoniot , Fr.	Kompressibel strömning	
1889	Carl Gustav Patrik de Laval , Sv.	Lavalmunstycket	
			
1894	Osborne Reynolds , Br.	Reynolds spänningar	
1902	M. Wilhelm Kutta , Ty.	Aerodynamik (teori)	
1903	Bröderna Wright , Am.	Aerodynamik, flygplan (exp.)	
1904	Ludwig Prandtl , Ty.	Gränsskikt	
1905	Vagn Walfrid Ekman , Sv.	Roterande strömning, oceanografi	
1906	Nikolai E. Zhukovskii , Ry.	Lyftkraft per breddenhet = ρVT	
1907	Frederick W. Lanchester , Br.	<i>Aerodynamics</i> , flygteori	
1908	Henri C. Bénard , Fr.	Periodisk virvelbildning	
1908	P. R. Heinrich Blasius , Ty.	Gränsskikt, rörströmning	
1909	Dmitri P. Riabouchinski , Ry.	Varmtrådsanemometri, CCA	
1909	Martin H. C. Knudsen , Da.	Strömning med förtunnade gaser	
1912	Gustave A. Eiffel , Fr.	Aerodynamik, "Drag crisis" (exp.)	
1912	Theodore von Kármán , Ung.	von Kármáns virvelgata	
1912	John T. Morris , Br.	Varmtrådsanemometri, CTA	
1918	Ludwig Prandtl , Ty.	Tredimensionell flygteori	
1920	Sir Geoffrey Ingram Taylor , Br.	Roterande strömning, gasdynamik	
1925	Theodore von Kármán , Ung.	Turbulensteori, loglagen	
1928	Alexander Thom , Br.	Numerisk lösning av NS-ekvationer	
1935	Sir Geoffrey Ingram Taylor , Br.	Turbulensteori	
1941	Carl-Gustav Arvid Rossby , Sv.	Roterande strömning, meteorologi	
1941	Andrei N. Kolmogorov , Ry.	Turbulensteori	
1964	Y. Yeh & H. Z. Cummins , USA	Laser-Doppler Anemometri, LDA	
1979	Jackson R. Herring , Br.	Storskalig simulering, LES	
1981	Parviz Moin & John Kim , USA	Direkt Numerisk Simulering, DNS	
1984	Ronald J. Adrian	Particle-Image Velocimetry, PIV	

HISTORIK — PORTRÄTT



Daniel Bernoulli 1700–1782



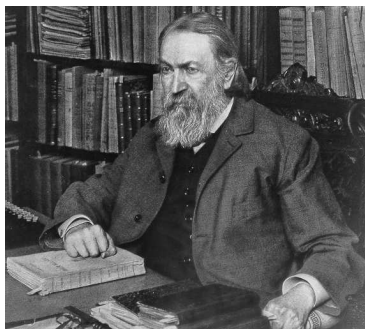
Leonhard Euler 1707–1783



George Cayley 1773–1857



George G. Stokes 1819–1903



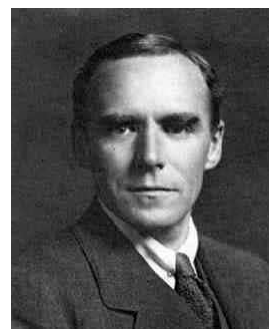
Ernst Mach 1838–1916



Osborne Reynolds 1842–1912



Ludwig Prandtl 1875–1953



G. I. Taylor 1886–1975